

1.3 Прохождение электромагнитных волн через границы раздела различных сред

В настоящем разделе мы остановимся на вопросах задания граничных условий для электрических и магнитных составляющих электромагнитных волн и поглощения энергии электромагнитной волны в среде. Результаты этого анализа понадобятся нам при рассмотрении экранов и прохождения электромагнитного излучения через границы различных сред, например, металл – диэлектрик, диэлектрик – диэлектрик, металл – металл.

1. Уравнения Максвелла для поглощающей среды

Вернемся к уравнениям Максвелла, чтобы теперь рассмотреть уже в общем случае соотношения между напряженностями электрического и магнитного полей для поглощающей среды. В поглощающей среде проводимость $\sigma \neq 0$ не равна нулю и в ней при прохождении волны будет существовать ток $j = \sigma E$. Будем считать, что данная среда характеризуется также коэффициентами относительной диэлектрической проницаемости ϵ и относительной магнитной проницаемости μ . Объемный заряд в среде примем равным нулю.

Тогда для гармонической волны уравнения Максвелла принимают вид

$\begin{aligned} \operatorname{rot} H &= j + i\omega D, \operatorname{rot} E = -i\omega B, \\ \epsilon\epsilon_0 \operatorname{div} E &= \rho = 0, \operatorname{div} H = 0 \\ D &= \epsilon\epsilon_0 E, B = \mu\mu_0 H, j = \sigma E \end{aligned}$	$(\Theta-44)$
---	---------------

Размерностями уравнений Максвелла являются

$$[\operatorname{rot} H] = \left[\frac{A}{m^2} \right], [\operatorname{rot} E] = \left[\frac{B}{m^2} \right], [\epsilon\epsilon_0 \operatorname{div} E] = \left[\frac{Kл}{m^3} \right] \text{ и } [\operatorname{div} H] = \left[\frac{A}{m^2} \right].$$

В курсе электродинамики вводят вектор $\vec{P} = [\vec{E} * \vec{H}]$ численно равный интенсивности электромагнитной волны и направленный вдоль луча, т.е. вдоль направления переноса энергии. Он называется *вектором Пойнтинга*. У нас в России его называют *вектором Умова - Пойнтинга*, в честь Н.А. Умова, впервые введшего аналогичный вектор для звуковых волн в 1874 – за 20 лет до Дж. Пойнтинга.

2. Физический смысл понятий диэлектрической и магнитной проницаемости

Рассмотрим обобщение уравнений плоской волны на среды, в которых энергия электромагнитной волны может поглощаться. Поглощение электромагнитной волны в однородной среде имеет место за счет её проводимости, благодаря которой электромагнитная волна возбуждает токи проводимости в веществе в соответствии с уравнениями Максвелла, а также потерь на поляризацию диэлектриков и намагничивания магнетиков, если среда имеет отличные от единицы значения ε и μ .

Уточним в этой связи физический смысл понятий диэлектрической и магнитной проницаемости. Если напряженность электрического поля меняется по гармоническому закону $E(t) = E_0 e^{i\omega t}$, то первое уравнение Максвелла можно записать как

$$\text{rot} H = i\omega \varepsilon_0 \varepsilon E_0 + j$$

В общем случае

$$j = \sigma E_0 + j_{cm},$$

где j_{cm} - плотность тока, создаваемая сторонними источниками. В дальнейшем ее будем считать равной нулю. Преобразуя первое уравнение Максвелла с учетом выражения для плотности тока, имеем

$$\text{rot} H = i\omega \varepsilon_0 \left(\varepsilon - i \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \right) E_0$$

Заклученный в скобки параметр

$\dot{\varepsilon} = \varepsilon - i \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0}$	(Э-45)
---	--------

согласно его месту в уравнении может рассматриваться как диэлектрическая проницаемость, которая принимает комплексные значения, когда среда обладает электропроводностью ($\sigma \neq 0$).

Тогда первое уравнение Максвелла принимает вид

$\text{rot} H = i\omega \varepsilon_0 \dot{\varepsilon} E_0$	(Э-46a)
--	---------

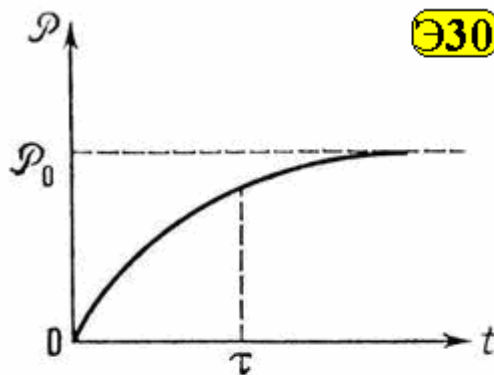
где $\dot{\varepsilon}$ - комплексная диэлектрическая проницаемость.

Аналогично из второго уравнения Максвелла получим

$\text{rot} E = i\omega \mu_0 \dot{\mu} H_0$	(Э-46б)
--	---------

где $\hat{\mu}$ - комплексная магнитная проницаемость, появляющаяся по аналогии с комплексной диэлектрической проницаемостью, но о которой подробнее поговорим ниже.

С помощью понятия комплексная диэлектрическая проницаемость (и комплексная магнитная проницаемость) может быть углублен смысл материальных уравнений $D = \epsilon\epsilon_0 E$ и $B = \mu\mu_0 H$. Диэлектрическая и магнитная проницаемости будут комплексными даже в отсутствии проводимости среды $\sigma = 0$. Их комплексный характер является следствием инерционности процессов поляризации и намагничивания. Физический смысл этого состоит в том, что процессы поляризации и намагничивания среды протекают с конечной скоростью и приводят к некоторому запаздыванию по времени изменения вектора смещения электрического поля $\vec{D}(\vec{r}, t)$ относительно вектора напряженности электрического поля $\vec{E}(\vec{r}, t)$ (рис. Э30), а также вектора индукции магнитного поля



Запаздывание поляризации
(Зависимость поляризации от времени)

$\vec{B}(\vec{r}, t)$ относительно вектора напряженности магнитного поля $\vec{H}(\vec{r}, t)$ ¹.

В самом деле, в идеальном диэлектрике при напряженности $E(t) = E_0 e^{i\omega t}$ будем иметь индукцию $D(t) = \epsilon\epsilon_0 E_0 e^{i\omega t}$. В действительности же процесс поляризации вещества не следует за

¹ Такое взаимодействие электромагнитной волны со средой распространения составляет основу явлений дисперсии электромагнитных волн.

изменением поля мгновенно и индукция как функция времени испытывает запаздывание, т.е. колебания происходят с отставанием по фазе на некоторую величину δ ,

$D(t) = \varepsilon \varepsilon_0 E_0 e^{i(\omega t - \delta)} = \varepsilon \varepsilon_0 e^{-i\delta} E_0 e^{i\omega t}$	(Э-47)
--	--------

Таким образом, векторы индукции в идеальном случае и с учетом запаздывания поляризации отличаются на множитель

$\varepsilon \varepsilon_0 e^{-i\delta} = \varepsilon \varepsilon_0 (\cos \delta - i \sin \delta)$	(Э-48a)
--	---------

который и следует принять за абсолютную диэлектрическую проницаемость. Разумеется, точно также описывается инерционность процессов намагничивания.

В силу инерционности процессов поляризации и намагничивания, а также в силу электрических и магнитных потерь проницаемости ε и μ следует рассматривать как комплексные²:

$\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon'' \quad \mu = \mu' - i\mu''$	(Э-48б)
---	---------

Перед мнимыми частями стоят минусы, что имеет энергетическую трактовку. Перечисленные выше физические причины появления мнимой части у комплексной диэлектрической и магнитной проницаемостей (конечная проводимость, запаздывание поляризации или намагничивания) с макроскопической точки зрения не различимы друг от друга, т.к. вследствие любой из них происходят потери энергии распространяющейся волны в веществе из-за выделения тепла в объеме распространения волны.

Модули соответственно диэлектрической и магнитной проницаемости даются соотношениями:

$$|\varepsilon| = \sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2} \quad \text{и} \quad |\mu| = \sqrt{\mu'^2 + \mu''^2}$$

Аргументы же комплексной диэлектрической и магнитной проницаемостей, определяющие соответственно время запаздывания вектора смещения $\vec{D}(\vec{r}, t)$ относительно вектора напряженности электрического поля $\vec{E}(\vec{r}, t)$, а также вектора индукции магнитного поля

² В теорию электромагнитного поля комплексные диэлектрическая и магнитная проницаемости были введены *В. К. Аркадьевым* в 1913г.

$\vec{B}(\vec{r}, t)$ относительно вектора напряженности магнитного поля $\vec{H}(\vec{r}, t)$, наблюдаемое на достаточно высоких частотах колебаний электромагнитной волны, даются соотношениями:

$\delta = \arctg(\varepsilon''/\varepsilon') \quad \delta_\mu = \arctg(\mu''/\mu')$	(Э-49)
---	--------

Если диэлектрик обладает проводимостью, которая в общем случае также может зависеть от частоты, т.е. $\sigma = \sigma(\omega)$, то комплексная диэлектрическая проницаемость среды распространения будет иметь вид

$\dot{\varepsilon} = \varepsilon' - i(\varepsilon'' + \frac{\sigma(\omega)}{\omega\varepsilon_0})$	(Э-49)
--	--------

Если пренебречь эффектами запаздывания, т.е. положить, что $|\varepsilon''| \ll \sigma/\omega\varepsilon_0$, то из последней формулы следует, что комплексная диэлектрическая проницаемость имеет действительную часть, совпадающую с электростатической диэлектрической проницаемостью, а мнимая часть будет определяться проводимостью вещества, обратно пропорциональна частоте ω , если проводимость не зависит от частоты $\sigma(\omega) = const$.

Комплексность диэлектрической и магнитной проницаемостей среды приводит в общем случае к комплексности их произведения, а, следовательно, и к комплексности показателя преломления

$$n = \sqrt{\varepsilon\mu}$$

Поскольку волновой вектор дается соотношением $k = n\omega/c$, то в случае комплексных диэлектрических и магнитных проницаемостей среды распространения следует и комплексный характер волнового числа k электромагнитной волны в этой среде

$k = k' - ik''$	(Э-50)
-----------------	--------

Формулу для волны теперь можно записать в виде

$E(t) = E_0 e^{i(\omega t - kz)} = E_0 e^{-k''z} e^{i(\omega t - k'z)}$	(Э-51)
---	--------

Таким образом, напряженность поля по мере распространения волны вглубь вещества в силу поглощения энергии будет экспоненциально ослабевать ($\cong e^{-kz}$). В результате появляются тепловые потери.

Понятие комплексной диэлектрической проницаемости среды позволяет рассмотреть с единых позиций комплексных уравнений Максвелла распространение электромагнитных волн в различных средах, что имеет большое научно-практическое значение для решения широкого круга естественно - научных и технических задач.

Комплексность диэлектрической и магнитной проницаемостей влечёт за собой два очень важных с точки зрения ЭМС эффекта – комплексность волнового сопротивления среды распространения электромагнитных волн и скин-эффект.

2. Механизм рассеяния и поглощения электромагнитного излучения.

Гармонический осциллятор в среде. Рассмотрим физический процесс поглощения энергии электромагнитного излучения в веществе. Для этого рассмотрим прежде гармонический осциллятор в среде.

Любой предмет состоит из атомов, содержащих электроны. При взаимодействии переменного электромагнитного поля внешнего источника с атомами вещества, на его атомы со стороны поля действует переменная во времени сила и поле раскачивает электроны атомов взад и вперед. Под действием поля электроны начинают двигаться с ускорением и, следовательно, излучают электромагнитное поле. Поэтому при взаимодействии переменного электромагнитного поля с веществом происходит преобразование первичного поля в поле вынужденного излучения зарядов вещества. Этот процесс является рассеянием электромагнитного поля на зарядах. Движение зарядов в веществе вызывает распространение электромагнитной волны не только вглубь самого вещества, это же движение создает волну, распространяющуюся и назад в направлении источника. Отраженное излучение генерируется во всех точках и на поверхности материала, куда падает излучение первичного источника, и внутри материала, куда оно доходит, но суммарный эффект эквивалентен отражению с поверхности.

Когда электромагнитная волна переходит из одной среды в другую, то она вызывает вынужденные колебания атомов второй среды. При этом во второй среде колебания зарядов будут происходить с той же самой частотой, что и в первой среде, поскольку установившиеся вынужденные

колебания имеют ту же частоту, что и колебания источника. Но скорость распространения электромагнитной волны в различных средах разная. Скорость распространения электромагнитной волны в среде с показателем преломления n связана со скоростью света в вакууме известным

соотношением:

$$v = c/n$$

Рассмотрим подробнее процесс рассеяния электромагнитных волн на примере заряженного линейного гармонического осциллятора.

Уравнение, описывающее поведение электрона в атоме вещества, на которое падает внешнее электромагнитное поле, в одномерном приближении имеет вид

$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + kx = f(t)$	(Э-52)
---	--------

где m - масса электрона, γ - коэффициент затухания, k - коэффициент возвращающей силы (не путать с волновым вектором, который здесь обозначается k') и $f(t)$ - внешняя сила, действующая со стороны падающего поля на электрон. Это линейное неоднородное уравнение второго порядка.

Возвращающая сила принимается пропорциональной отклонению, т.е., является линейной. Внешняя сила, действующая со стороны падающего поля на электрон, равна

$f(t) = qE_0 e^{i\omega t}$	(Э-53а)
-----------------------------	---------

Это выражение справедливо для силы, действующей на электроны в атомах, находящихся на поверхности материала. Для силы, действующей на электроны, находящиеся в глубине материала на расстоянии x от поверхности, необходимо учесть запаздывание распространения поля. В этом случае будет справедлива формула

$f(t) = qE_0 e^{i(\omega t - k'x)}$	(Э-53б)
-------------------------------------	---------

Мы будем считать, что толщина второй среды d столь мала, что выполняется условие $k'd \ll \omega t$, т.е. пренебрежем запаздыванием распространения отраженного поля от атомов второй среды, находящихся в толще материала.

Не сложно найти решение уравнения

$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + kx = qE_0 e^{i\omega t}$	(Э-54)
---	--------

если представить его в виде

$x(t) = x_0 e^{i\omega t}$	(Э-55)
----------------------------	--------

Это решение имеет окончательный вид

$x = \frac{qE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i \frac{\gamma}{m} \omega)} e^{i\omega t} = x_0 e^{i\omega t}$	(Э-56)
---	--------

В формуле (Э-56) ω_0 - собственная резонансная частота электронов как осцилляторов, определяемая как

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	(Э-57)
---------------------------------	--------

(ω_0 - собственная резонансная частота определяется из решения

однородного уравнения $m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = 0$).

Амплитуда колебаний электронов оказывается комплексной величиной и будет равна

$x_0 = \frac{qE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i \frac{\gamma}{m} \omega)}$	(Э-58)
---	--------

Таким образом, распространяясь в веществе, электромагнитное поле вызывает вынужденные колебания связанных зарядов (не только электронов, но и ионов и молекул). Колеблющиеся с частотой вынуждающей силы заряды являются источниками вторичных волн. Если среда однородна и изотропна, то в результате наложения первичной и вторичной волн образуется проходящая волна. Если в среде имеются неоднородности, то дополнительно происходит рассеяние волны.

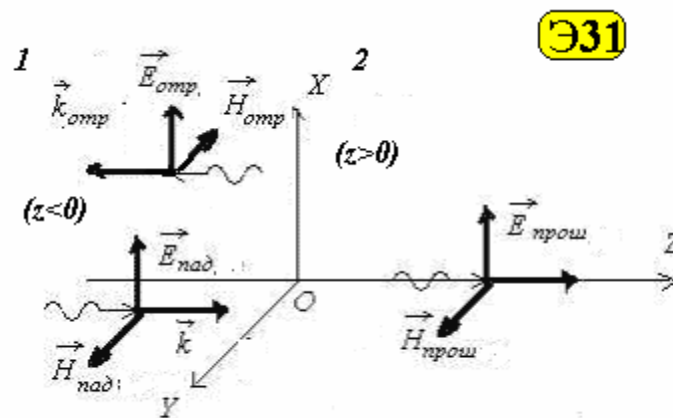
На границе раздела двух сред в результате интерференции первичной и вторичной волн образуется отраженная и преломленная волна. Прохождение электромагнитного излучения через вещество сопровождается его поглощением в данной среде, т.е. потерей энергии волны.

4. О коэффициенте отражения и прохождения электромагнитной волны через плоскую границу раздела сред диэлектрик-диэлектрик.

В качестве примера вначале рассмотрим две непроводящие среды 1 и 2 с разными значениями диэлектрической проницаемости ϵ_1 и ϵ_2 , т.е. границу диэлектрик – диэлектрик. Магнитные проницаемости $\mu_1 = \mu_2$ считаем равными единице. Фазовая скорость волны в первой среде $u_1 = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_1}}$, во

второй среде $u_2 = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_2}}$. Часто одной из сред является вакуум. Мы в дальнейшем будем считать, что вакуумом является первая среда.

Рассмотрим задачу об отражении и прохождении плоской электромагнитной волны с длиной волны λ от плоской границы раздела



Граница диэлектрик-диэлектрик

между этими двумя средами (рис. Э31).

Будем считать, что граница раздела плоская и что электромагнитная волна $\vec{E}\vec{H} = \vec{E}_{nad}\vec{H}_{nad}$ из среды 1 падает на границу раздела перпендикулярно границе раздела, т.е. распространяется в положительном направлении оси OZ (рис. Э31). После падения волна частично отразится

(волна $E_1 H_1 = E_{\text{отр}} H_{\text{отр}}$), а частично пройдет во вторую среду (волна $E_2 H_2 = E_{\text{прош}} H_{\text{прош}}$).

Для определённости будем считать, что в падающей волне вектор напряженности электрического поля направлен вдоль оси OX . Тогда вектор напряженности магнитного поля будет направлен вдоль оси OY .

В соответствии со сделанными предположениями можно написать следующие выражения для комплексных амплитуд напряженности электрического $E_{\text{пад}}$ и магнитного полей $H_{\text{пад}}$:

$E_{\text{пад}}(z) = E_{0+} \exp(ik_0 z)$ $H_{\text{пад}}(z) = \frac{1}{Z_0} E_{0+} \exp(ik_0 z)$	(Э-59)
---	--------

где E_{0+} - амплитуда падающей волны; $k_0 = 2\pi/\lambda$ - волновое число падающей волны; $Z_0 = Z_1 = \sqrt{\frac{\mu_1 \mu_0}{\varepsilon_1 \varepsilon_0}}$ - волновое сопротивление первого диэлектрика, в нашем случае - вакуума.

В результате взаимодействия падающей волны с границей раздела в левом полупространстве $z \leq 0$ возникнет отраженная волна с амплитудой $E_{\text{отр}0}$, распространяющаяся в отрицательном направлении оси OZ . А в правом полупространстве $z \geq 0$ будет распространяться прошедшая волна с амплитудой $E_{\text{прош}0}$. Очевидно, направление колебаний векторов напряженности электрического поля всех волн параллельно оси OX , а направление колебаний векторов напряженности магнитного поля параллельно оси OY , как в падающей волне.

Рассмотрим выражение для комплексных амплитуд векторов напряженностей электрического и магнитного полей слева и справа от границы раздела вакуум/диэлектрик:

а) для левого полупространства $z \leq 0$:

$E_-(z) = E_{0+} \exp(ik_0 z) + E_{\text{отр}0} \exp(-ik_0 z)$ $H_-(z) = \frac{1}{Z_0} (E_{0+} \exp(ik_0 z) - E_{\text{отр}0} \exp(-ik_0 z))$	(Э-60 левое)
---	--------------

б) для правого полупространства $z \geq 0$:

$E_+(z) = E_{\text{прош}0} \exp(ikz)$ $H_+(z) = \frac{1}{Z} E_{\text{прош}0} \exp(ikz)$	(Э-60 правое)
---	---------------

где $k = k_0 n$ - волновое число электромагнитной волны в среде с

показателем преломления $n = \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}$; $Z_2 = Z_0 \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}$ - волновое сопротивление среды распространения с показателем преломления n (в частном случае среды с магнитной проницаемостью равной единице ($\mu_2 = 1$ $Z_2 = \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon_2}}$)).

Для решения задачи взаимодействия падающей электромагнитной волны с границей раздела двух сред надо определить неизвестные коэффициенты $E_{\text{отр}0}$ и $E_{\text{прош}0}$. В дальнейшем удобно вместо этих коэффициентов рассматривать их значения r и t , отнормированные на амплитуду падающей волны, т. е.:

$r = E_{\text{отр}0} / E_{0+}; t = E_{\text{прош}0} / E_{0+}$	(Э-61)
---	--------

Определённые этим соотношением коэффициенты r и t называются соответственно коэффициентами отражения и прохождения электромагнитной волны по амплитуде.

Для определения неизвестных коэффициентов r и t используем условия непрерывности тангенциальных компонент векторов напряженности электрического и магнитного полей на границе раздела двух сред. В рассматриваемой задаче компоненты векторов напряженностей всех волн: падающей, отраженной и прошедшей являются тангенциальными, поскольку они параллельны плоской границе раздела вакуум - диэлектрик, соответствующей плоскости $z = 0$.

Зная направления падающей, отраженной и прошедшей волн, а, также учитывая взаимную ориентацию векторов E и H (правило правого винта), можно записать граничные условия (рис. Э31):

$E + E_1 = E_2; H - H_1 = H_2$	(Э-62)
--------------------------------	--------

По поводу такой записи необходимо сделать два замечания.

Во-первых, равенства (Э-62) записаны в скалярной форме, так как предполагается, что векторы E , E_1 и E_2 направлены вдоль одной прямой, а векторы H , H_1 и H_2 направлены вдоль другой прямой, образующей прямой угол с вектором E . Для всех векторов E и H соблюдается правило правого винта, а связь между их модулями определяется соотношениями

$H = \sqrt{\varepsilon_1} E; H_1 = \sqrt{\varepsilon_1} E_1; H_2 = \sqrt{\varepsilon_2} E_2$	(Э-63)
--	--------

Во-вторых, учтем, что знак минус, например, в выражении для напряженности магнитного поля в (Э-62) соответствует направлению вектора, противоположному исходному направлению этого вектора в падающей волне. Так, например, мы предположили (рис. Э31), что вектор H_1 имеет знак, противоположный знаку H . С тем же успехом можно было приписать знак вектору E_1 но тогда H_1 был бы положительным, так как должно соблюдаться условие правого винта. Важно лишь запомнить сделанное предположение и в дальнейшем пользоваться им при анализе результатов. Заметим, что в уравнения (Э-62) входят алгебраические величины.

Следует учитывать, что записанные граничные условия должны выполняться для любого момента времени t . Тогда при $z = 0$ имеем

$E_{nad0} e^{i\omega t} + E_{omp0} e^{i\omega_1 t} = E_{прош0} e^{i\omega_2 t}$	(Э-64)
---	--------

Но тождество (Э-64) выполняется при произвольном значении t , если $\omega = \omega_1 = \omega_2$. Действительно, нет физических причин для изменения частоты при отражении электромагнитной волны на границе раздела двух диэлектриков. Переизлучение происходит на той же частоте, что и частота падающего излучения. (Но следует иметь в виду, что при взаимодействии с веществом очень сильной электромагнитной волны (например, мощное электромагнитное излучение) соотношение $\omega = \omega_1 = \omega_2$ может не выполняться).

Тождество (Э-64) позволяет сформулировать граничные условия для амплитуд напряженности электрического и магнитного полей. В частном случае нормального падения имеем:

$E_{nad0} + E_{omp0} = E_{прош0}, H_{nad0} - H_{omp0} = H_{прош0}$	(Э-65)
--	--------

Отношение напряженностей электрического и магнитного полей равняется волновому сопротивлению.

Таким образом, неизвестные коэффициенты r и t могут быть найдены из уравнений (Э-63) и (Э-65), получающихся после приравнивания при $z = 0$ соответственно

$$E_+(0) = E_-(0),$$

а также

$$H_+(0) = H_-(0).$$

В результате получим:

$$1 + r = t \quad \text{и} \quad (1 - r)/Z_0 = t/Z$$

Отсюда находим, что искомые коэффициенты r и t , в случае произвольных ε и μ равны:

$r = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} \quad t = \frac{2Z}{Z + Z_0}$	(Э-66)
--	--------

В частном случае для $\mu_2 = 1$ (для многих металлов это справедливо) имеем $Z_2 = Z_0/n$. Тогда:

$$r = \frac{1 - n}{1 + n} \quad \text{и} \quad t = \frac{2}{1 + n}$$

Если $n > 1$, то коэффициент отражения по амплитуде $r < 0$. Это означает, что при отражении электромагнитной волны от границы раздела вакуум/диэлектрик фаза отраженной волны отличается на 180° от фазы падающей волны.

Введем некоторые основные величины, которыми будем пользоваться в дальнейшем изложении (энергетические коэффициенты отражения R и пропускания T):

$$R = \frac{\text{энергия} \cdot \text{прошедшей} \cdot \text{волны}}{\text{энергия} \cdot \text{падающей} \cdot \text{волны}} = \frac{E_1 H_1}{E H}$$

$$T = \frac{\text{энергия} \cdot \text{прошедшей} \cdot \text{волны}}{\text{энергия} \cdot \text{падающей} \cdot \text{волны}} = \frac{E_2 H_2}{E H}$$

Между коэффициентами R и T с одной стороны и r и t с другой стороны существует очевидная связь:

$R = r^2 \quad T = t^2$	(Э-67)
-------------------------	--------

поскольку энергия пропорциональна квадрату амплитуды.

При формулировке закона сохранения энергии для некоторого объема нужно учесть уменьшение потока энергии в проходящей волне. Это приведет к появлению еще одного параметра – коэффициента поглощения:

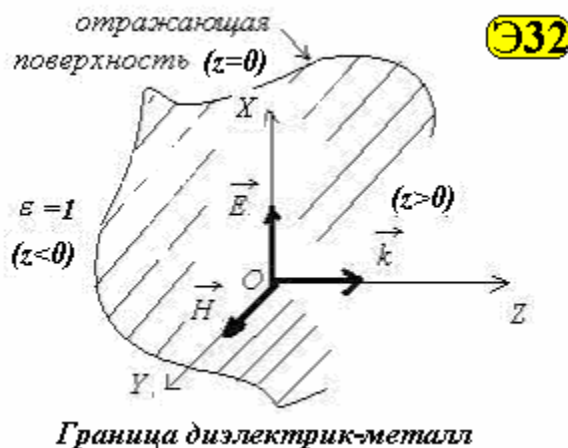
$$A = \frac{\text{поглощенная энергия}}{\text{энергия} \cdot \text{падающей} \cdot \text{волны}} = \frac{E_1 H_1}{EH} - \frac{E_2 H_2}{EH}$$

Сумма всех коэффициентов должна быть равна единице:

$R + T + A = 1$	(Э-68)
-----------------	--------

5. Отражение плоской гармонической электромагнитной волны от идеально проводящей плоскости.

Рассмотрим теперь отражение плоской гармонической электромагнитной волны, падающей из вакуума вдоль оси OZ перпендикулярно идеально проводящей плоской поверхности $Z = 0$ (рис.) разделяющей вакуум ($Z < 0$) и проводник ($Z \geq 0$). Пусть, её электрическое поле параллельно оси OX .



Очевидно, такая задача является частным случаем рассмотренной выше задачи об отражении электромагнитной волны от поверхности диэлектрика, рассмотренной выше, на случай, когда комплексная диэлектрическая проницаемость диэлектрика имеет мнимую часть во много раз превышающую действительную, что характерно для проводящих тел в соответствии со сказанным в 2.3.

Как мы убедились выше, проводимость среды приводит к поглощению распространяющейся в ней электромагнитной волны. Поглощение имеет место вследствие возникновения в среде с проводимостью токов проводимости и выделения джоулева тепла. Поглощение тем сильнее, чем больше проводимость среды. Для идеально проводящей среды происходит

полное поглощение волны в среде, поскольку толщина скин – слоя (см. ниже) оценивающая глубину проникновения электромагнитной волны в среду с проводимостью, стремится к нулю. В результате внутри идеально проводящего тела отсутствует электромагнитное поле. Таким образом, падающая на идеально проводящую среду электромагнитная волна полностью отражается от его поверхности. *Источниками отражённой электромагнитной волны являются поверхностные токи, циркулирующие по поверхности идеально проводящего тела.*

Для определения отражённой электромагнитной волны надо связать её амплитуду и фазу с соответствующими параметрами падающей волны. Для этого необходимо использовать условие непрерывности тангенциальной компоненты электрического поля на поверхности идеально проводящего поля (плоскости для рассматриваемой задачи). Заметим, что в отличие от задачи отражения электромагнитной волны от поверхности диэлектрика используется только одно условие. Это является следствием того, что нам известно, что электромагнитное поле внутри идеально проводящего тела равно нулю. По этой причине известен коэффициент прохождения электромагнитной волны в проводник, который очевидно, равен нулю. Таким образом, для решения задачи об отражении электромагнитной волны от идеально проводящей плоскости подлежит определению только коэффициент отражения волны от этой плоскости.

При отражении падающей волны от проводящей плоскости в левом полупространстве $z \leq 0$ возникнет отраженная волна с подлежащей определению амплитудой колебаний вектора напряжённости электрического поля $E_{отр0}$, распространяющаяся в отрицательном направлении оси OZ . Комплексные амплитуды колебаний электрического и магнитного поля электромагнитной волны определяются выражениями (Э-60).

Отсюда, как и для границы диэлектриков, следует, что электромагнитное поле с комплексными амплитудами электрического $E_-(z)$ и магнитного $H_-(z)$ полей слева от проводящей плоскости будет равно сумме электромагнитных полей падающей и отражённой электромагнитных волн (Э-60 левое).

Отличием границы диэлектрик - идеальный металл от границы диэлектрик-диэлектрик является то, что в правом полупространстве $z \geq 0$ (в металле) электромагнитное поле будет равно нулю, т.е.:

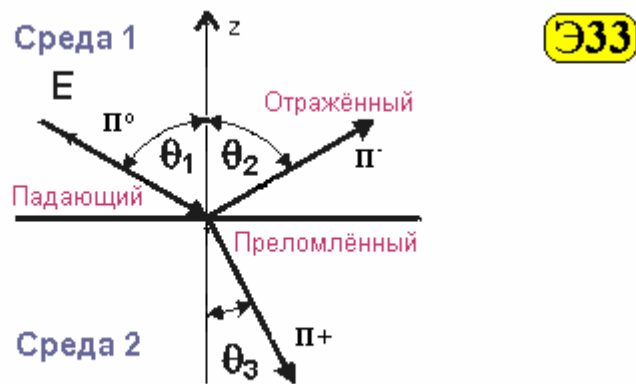
$$E_{прош} = 0 \quad \text{и} \quad H_{прош} = 0 .$$

Принимая во внимание сказанное, запишем уравнение непрерывности тангенциальной компоненты электрического поля на плоскости $z = 0$:

$$E_{\text{прош}0} = E_{\text{над}0} + E_{\text{отр}0} = 0$$

Отсюда следует, что при отражении от идеально отражающей поверхности возникает отражённая электромагнитная волна, распространяющаяся в противоположном направлении по отношению к падающей волне, имеющая ту же амплитуду векторов напряжённостей электрического и магнитного полей, а фаза колебаний этих векторов отличается на 180° от фазы колебаний падающей волны.

В общем случае электромагнитная волна падает на границу раздела под произвольным углом. В этом случае наряду с падающей и прошедшей волнами надо учитывать и преломлённую волну. Простейшая структурная схема волнового процесса, удовлетворяющая условию излучения, представлена на рис.



Падение волны на границу раздела под произвольным углом

Она включает три плоских однородных волны, направления распространения которых указаны при помощи векторов Пойнтинга $\mathbf{P}$. Это: 1) заданная падающая волна ($\mathbf{P}^\circ$), 2) уходящая от границы в той же среде отраженная волна ($\mathbf{P}^-$) и 3) распространяющаяся в другой среде прошедшая волна ($\mathbf{P}^+$); ее называют также преломленной. Процесс действительно исчерпывается этой «трехволновой» схемой.

Направления падающего, отраженного и преломленного лучей подчиняются законам Снеллиуса:

$$\theta_1 = \theta_2$$

т.е. угол отражения равен углу падения, и

$$\frac{\sin \theta_3}{\sin \theta_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

Законы Снеллиуса указывают направления, в которых должны распространяться отраженная и преломленная волны при заданном направлении падающей волны. Однако в общем случае результаты зависят от поляризации падающей волны. При этом достаточно рассмотреть две ортогональные линейные поляризации, поскольку во всех случаях результат можно будет определить как суперпозицию двух известных полей.

Если вектор E лежит в плоскости падения электромагнитной волны, то данная поляризация называется параллельной. Направление вектора H в этом случае перпендикулярно плоскости падения. Если же вектор E лежит в плоскости перпендикулярной плоскости падения электромагнитной волны, то данная поляризация называется перпендикулярной. Направление вектора H в этом случае параллельно плоскости падения.

Коэффициенты отражения границы раздела сред для лучей с параллельной и перпендикулярной поляризацией $R_{\parallel}$ и $R_{\perp}$, а также пропускания $T_{\parallel}$ $T_{\perp}$ описываются формулами Френеля:

$R_{\parallel} = \frac{\operatorname{tg}^2(\theta_1 - \theta_3)}{\operatorname{tg}^2(\theta_1 + \theta_3)}; \quad T_{\parallel} = \frac{\sin 2\theta_1 \sin 2\theta_3}{\sin^2(\theta_1 + \theta_3) \cos^2(\theta_1 - \theta_3)}$ $R_{\perp} = \frac{\sin^2(\theta_1 - \theta_3)}{\sin^2(\theta_1 + \theta_3)}; \quad T_{\perp} = \frac{\sin 2\theta_1 \sin 2\theta_3}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)}$	(Э-69)
---	--------

Для луча, падающего нормально к границе раздела, исчезает различие между перпендикулярной и параллельной компонентами, т.е.

$R_{\parallel, \perp} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2; \quad T_{\parallel, \perp} = \frac{4n_2 n_1}{(n_2 + n_1)^2}$	(Э-70)
--	--------

6. Волновое сопротивление среды

Используем формальный прием. В изотропной или гомогенной среде введем постоянную распространения (оператор) соотношением

$$\frac{\partial}{\partial z} = \text{const} = \gamma. \text{ Тогда уравнение}$$

$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = i\omega\mu\mu_0(\sigma + i\omega\varepsilon\varepsilon_0)E_x$	(Э-71)
--	--------

можно записать в виде

$\gamma^2 E_x = i\omega\mu\mu_0(\sigma + i\omega\varepsilon\varepsilon_0)E_x$	(Э-72)
---	--------

где

$$\gamma = \sqrt{i\omega\mu\mu_0(\sigma + i\omega\varepsilon\varepsilon_0)}$$

Из уравнений (Э-46а и Э-46б)

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} = -(\sigma + i\omega\varepsilon\varepsilon_0)E_x \quad \text{и} \quad \frac{\partial E_x}{\partial z} = -i\omega\mu\mu_0 H_y$$

получим

$$\gamma E_x = i\omega\mu\mu_0 H_y$$

и

$Z_{\text{волны}} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{i\omega\mu\mu_0}{\gamma} = \frac{i\omega\mu\mu_0}{\sqrt{i\omega\mu\mu_0(\sigma + i\omega\varepsilon\varepsilon_0)}}$	
--	--

Тогда для волнового сопротивления в общем случае можно записать следующую формулу

$Z_{\text{волны}} = \sqrt{\frac{i\omega\mu\mu_0}{\sigma + i\omega\varepsilon\varepsilon_0}}$	(Э-73)
--	--------

Эта формула определяет импеданс поглощающей среды, которая обладает и проводимостью и имеет диэлектрические свойства, определяемые диэлектрической проницаемостью.

Для изолятора или диэлектрика, когда $\sigma \rightarrow 0$ получим уже известное,

$$Z_{\text{волны}} = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}}$$

Характерной особенностью *комплексной диэлектрической проницаемости металлов* $\dot{\varepsilon} = \varepsilon' - i\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0}$ является значительное

превосходство по величине мнимой части $i \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0}$ над действительной ε' , которой по этой причине обычно пренебрегают, т.е. полагают, что:

$\dot{\varepsilon}_{металла} \cong -i \frac{\sigma(\omega)}{\omega \varepsilon_0}$	(Э-74)
--	--------

Величина проводимости для хороших и плохих проводников могут отличаться на два порядка. Например, *медь* с величиной удельной проводимости $\sigma_{Cu} = 6.0 \cdot 10^7 \text{ Ом}^{-1} \text{ метр}^{-1}$, относят к хорошим проводникам, и *висмут*, являющийся полуметаллом $\sigma_{Bi} = 8.0 \cdot 10^5 \text{ Ом}^{-1} \text{ м}^{-1}$ – к плохим.

Найдем значения модулей мнимых частей комплексной диэлектрической проницаемостей для рассмотренной пары металлов по формуле (Э-74) для световых волн (частота $f = 3 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$):

$$\frac{\sigma_{Cu}}{\omega \varepsilon_0} \approx 2000 \text{ и } \frac{\sigma_{Bi}}{\omega \varepsilon_0} = 30$$

Отсюда следует, что для всех металлов во всем диапазоне радиочастот и отчасти в оптическом диапазоне $\frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \gg 1$. Это оправдывает пренебрежение действительной части по сравнению с мнимой при расчёте комплексной диэлектрической проницаемости по формуле (Э-74).

Для проводника, поскольку $\sigma \gg i \omega \varepsilon \varepsilon_0$ импеданс будет равен

$Z_{волны\ металла} = \sqrt{\frac{i \omega \mu \mu_0}{\sigma}}$	(Э-75)
---	--------