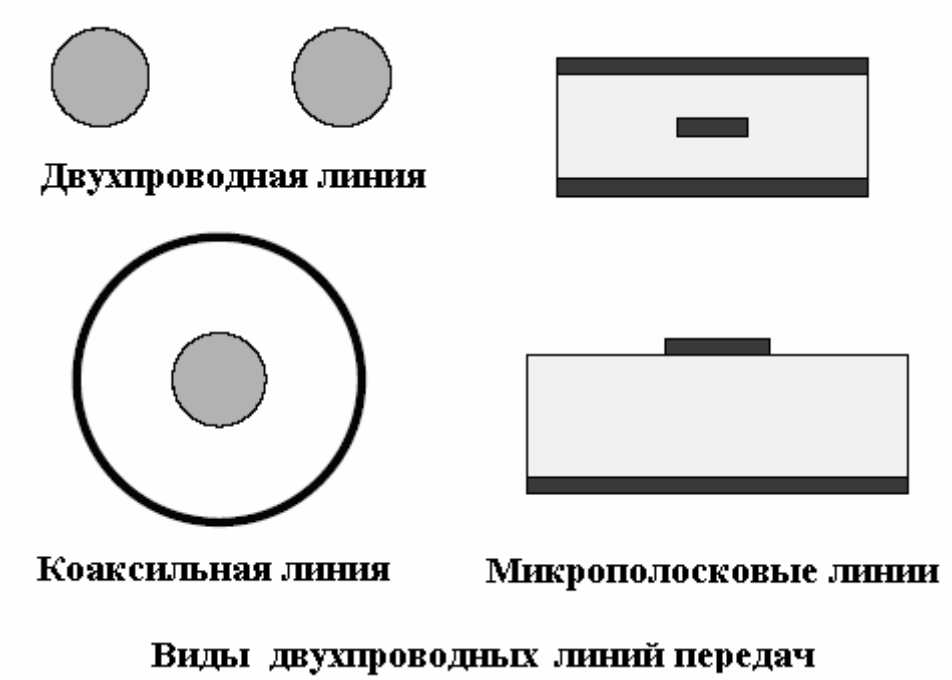
II. 2. Цепи с распределенными параметрами

Для передачи сигналов используются линии связи. Одной из основных причин сбоев в работе электронных систем являются возникающие в этих линиях помехи. К причинам возникновения помех в электронных системах можно отнести следующие:

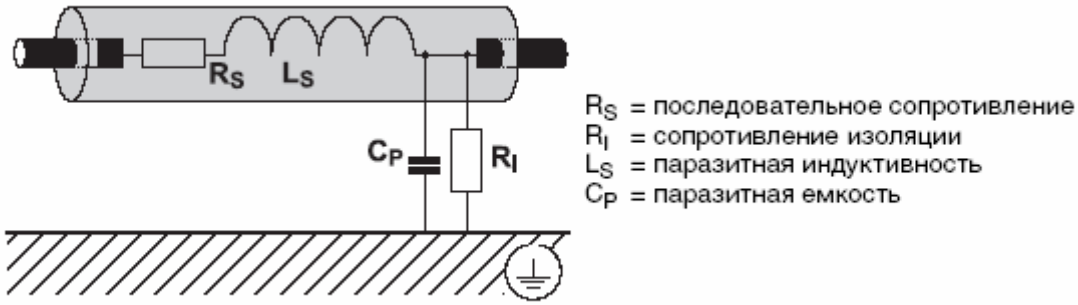
- эффекты отражения в линиях связи в результате несогласованных нагрузок и неоднородностей;
- перекрестные наводки между линиями связи;
- паразитные связи между электронными системами по цепям питания и заземления;
- искажения формы сигнала в электронных системах;
- наводки от внешних электромагнитных, магнитных и СВЧ электромагнитных полей и т. д.

Чаще всего в качестве линий передач используются двухпроводные линии, коаксиальные кабели и микрополосковые структуры **(рис. XXX).**



Из двухпроводных линий в качестве среды передачи информации больше всего применяются кабели типа “витая пара”. Коаксиальные кабели применяются в радиовещании, телевидении, вычислительных сетях. Витые пары применяются в телефонии и вычислительных сетях. На сверхвысоких частотах применяются волноводы. ***Общим для всех видов линии передач является то, что в них распространяются электромагнитные волны.***

При определении уровня помех, наводимых в линиях связи, нужно учитывать электрические параметры линий. Рассматривая передачу электромагнитной энергии в кабеле, линии связи, антенне, волноводе и т.п. следует учитывать, что магнитное и электрическое поле распределены по всей длине этих устройств и превращение электромагнитной энергии также происходит по всей длине этих устройств. Но описания процессов распространения электромагнитных волн в линиях связи с помощью величин напряженностей электрического и магнитного полей можно избежать и ввести привычные величины – токи и напряжения, если принять, что в таких линиях мы имеем дело с распределенными по длине емкостями, индуктивностями и сопротивлениями.



Эквивалентная схема элемента линии передачи

Тогда ток и напряжение в любой точке цепи являются функциями не только времени, но и координаты. В основе анализа таких цепей лежит представление о длинной линии как о цепи с бесконечно большим числом бесконечно малых по величине пассивных элементов, распределенных равномерно по ее длине.

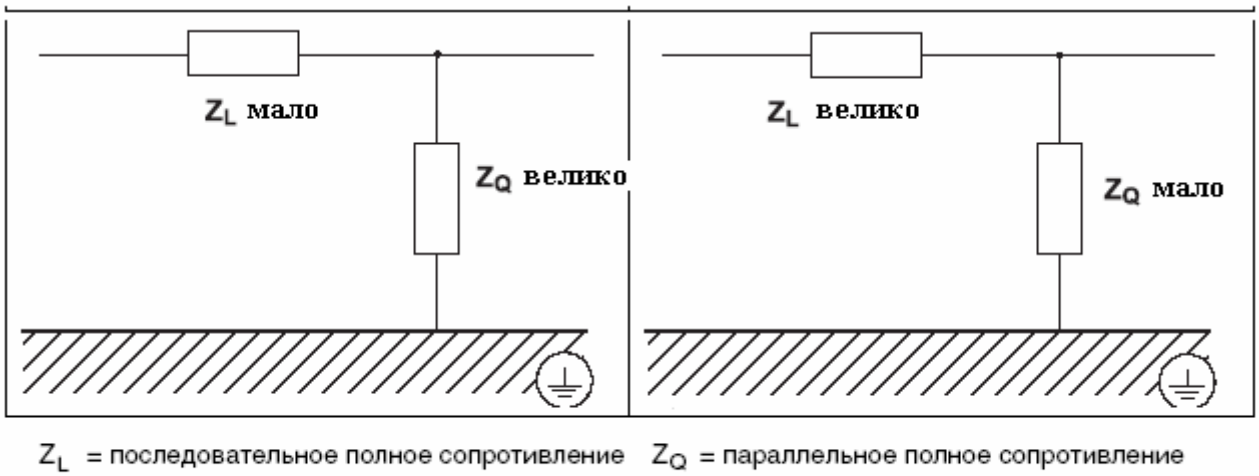
При использовании кабелей и проводов сталкиваются с двумя проблемами. Первая заключается в том, что они не ведут себя как идеальные. Вторая проблема состоит в том, что кабели могут неправильно использоваться, что приводит к неверной передаче сигнала от источника к приемнику.

Причина неидеального поведения линий передачи заключается, прежде всего, в том, что используемый в них металл имеет конечное, не равное нулю сопротивление. Следствием этого является потеря мощности передаваемого по линии передачи сигнала и выделение тепла, т.е. нагрев линии (кабеля, проводов).

Не столь очевидная, как предыдущая, другая причина неидеальности кабеля состоит в том, что через диэлектрик, разделяющий проводники в кабеле, протекают токи утечки. Диэлектрик не имеет бесконечно высокого сопротивления. Реальный диэлектрик состоит из атомов, электроны которых при приложении к диэлектрику электрического поля будут хоть немного, но смещаться под действием этого поля к ядру или от ядра атома. И эти смещения можно

рассматривать как не нулевой переменный ток, протекающий через диэлектрик.

В НЧ диапазоне последовательное полное сопротивление вытянутого проводника очень маленькое, параллельное полное сопротивление (сопротивление изоляции), напротив, очень большое. В ВЧ диапазоне параллельное полное сопротивление (сопротивление изоляции) перекрывается паразитной емкостью. С возрастающей частотой проникновение помехи через изоляцию кабеля становится все проще, если это не подавляется специальными мерами. Последовательное полное сопротивление увеличивается с увеличением частоты..



Свойства линии в НЧ - и ВЧ- диапазонах

2.1. Уравнения передачи однородной линии

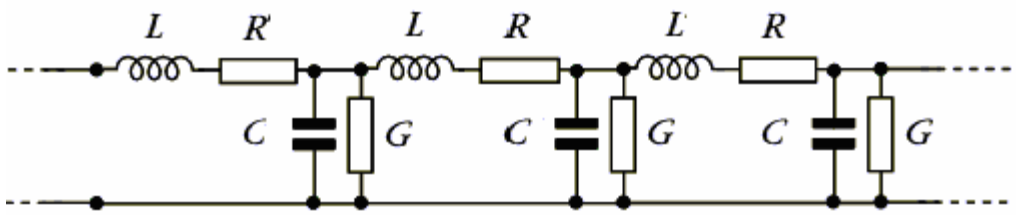
Напомним основные свойства линии передачи. Выделим элементарный участок линии длиной Δx, находящийся на расстоянии **x** от начала линии. Его эквивалентную схему можно представить в виде последовательно включенных сопротивления $R\Delta x$ и индуктивности $L\Delta x$ и параллельно включенных активной проводимости $G\Delta x$ и емкости $C\Delta x$. Здесь R, L, G, C сопротивление, индуктивность, активная проводимость и емкость единицы длины линии.

Однородной считается линия, погонные параметры которой R, L, G, C не зависят от координаты. Распространение волн напряжения и тока в такой длинной линии описывается широко известными “телеграфными уравнениями”.

Уменьшение напряжения в конце участка линии Δx по сравнению с его началом вызвано падением напряжения на индуктивности L и сопротивлении R

$$-\Delta u = L\Delta x\frac{\partial i}{\partial t} + R\Delta x i \qquad (1а)$$

Здесь используются частные производные, так как ток и напряжение являются функциями двух переменных – времени и координаты.



Представление линии как распределенной нагрузки

Уменьшение тока на участке Δx происходит за счет ответвления тока через емкость C и проводимость изоляции G

$$-\Delta i = C\Delta x\frac{\partial u}{\partial t} + G\Delta x u \qquad (1б)$$

Разделив обе части на Δx и переходя к пределу при $\Delta x \to 0$, получим дифференциальные уравнения линии:

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = L\frac{\partial i}{\partial t} + Ri$$
$$-\frac{\partial i}{\partial x} = C\frac{\partial u}{\partial t} + Gu \qquad (2)$$

Это те самые “телеграфные уравнения”. Они могут быть решены однозначно при использовании начальных и граничных условий. Начальными условиями являются значения тока и напряжения в начале или в конце линии в момент времени, принятый за нуль. Граничные условия определяются связями между напряжением и током в начале или конце линии, зависящими от заданного режима работы линии.

Если в однородной линии имеет место режим установившихся синусоидальных колебаний, то

$$u(x,t) = U(x)e^{j\omega t} \text{ и } i(x,t) = I(x)e^{j\omega t} \qquad (3)$$

Подставляя соотношения (3) в уравнения (2) получим

$$-\frac{dU}{dx} = (R + j\omega L)I \text{ и } -\frac{dI}{dx} = (G + j\omega C)U \qquad \textbf{(4)}$$

Поскольку действующие значения U и I являются функциями только x, уравнения записываются не в частных, а в полных производных.

Продифференцировав первое из уравнений (4) по x, и подставив в него второе уравнение, получим

$$\frac{d^2U}{dx^2} = (R + j\omega L) * (G + j\omega C)U \,. \qquad \textbf{(5а)}$$

Аналогично можно получить уравнение для тока

$$\frac{d^2I}{dx^2} = (R + j\omega L) * (G + j\omega C)I \qquad (5б)$$

Это волновые уравнения. Введя обозначение для коэффициента

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L) * (G + j\omega C)} = \alpha + j\beta \qquad (6)$$

уравнения (5) можно переписать в виде

$$\frac{d^2U}{dx^2} - \gamma^2 U = 0, \quad \frac{d^2I}{dx^2} - \gamma^2 I = 0 \qquad (7)$$

2.2. Падающие и отраженные волны

Решение дифференциального уравнения для напряжения имеет вид

$$U_x = U_{пад0} e^{-\gamma x} + U_{отр0} e^{\gamma x} \qquad (8)$$

Первое слагаемое уравнения (8) соответствует падающей волне, распространяющейся в положительном направлении слева направо от начала линии. Второе слагаемое возрастает с увеличением x, т.е. по мере удаления от начала линии к ее концу. Это соответствует волне, перемещающейся от конца линии к ее началу, т.е. обратной или отраженной волне.

Из уравнения системы (4) получим

$$I_x = -\frac{1}{R + j\omega L}\frac{dU_x}{dx} = \frac{1}{Z}(U_{пад0} e^{-\gamma x} - U_{отр0} e^{\gamma x}) \,, \qquad (9)$$

где

$$Z_в = \frac{R + j\omega L}{\gamma} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \qquad (10)$$

Коэффициенты **γ** (6) и $Z_в$ (10) называются ***коэффициентом распространения и волновым сопротивлением линии*** соответственно, $Z_1 = \frac{U_1}{I_1}$ - входное сопротивление линии.

Уравнения передачи для напряжения и тока можно записать в гиперболической форме

$$U_x = U_1 ch\gamma x - I_1 Z_в sh\gamma x \text{ и } I_x = -\frac{U_1}{Z_в} sh\gamma x + I_1 ch\gamma x \qquad (11)$$

Уравнение (8) для волны напряжения с учетом формул (3) и (6) можно записать в виде

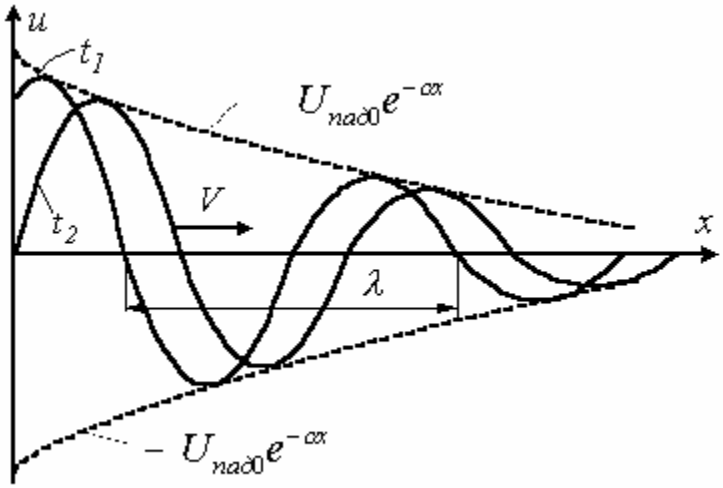
$$u(x,t) = U_{пад0} e^{-\alpha x} e^{j(\omega t - \beta x)} + U_{отр0} e^{\alpha x} e^{j(\omega t + \beta x)} \qquad (12)$$

Амплитуда падающих колебаний уменьшается по мере удаления от начала линии по экспоненциальному закону $U_{пад0} e^{-\alpha x}$ и в каждой последующей точке линии колебания отстают по фазе на βx. Амплитуда отраженных волн, напротив, убывает от конца линии к началу. Наибольшая амплитуда отраженных волн наблюдается в конце линии.

Величина α, характеризующая изменение амплитуды волны на единицу длины линии, называется коэффициентом затухания

$$\alpha = \mathrm{Re}\gamma = \sqrt{(R + j\omega L) * (G + j\omega C)} \qquad (13)$$

Величина β, характеризует изменение фазы на единицу длины линии и называется коэффициентом фазы. Убывание амплитуды волны вдоль линии обусловлено потерями в линии, а изменение фазы – конечной скоростью распространения электромагнитных колебаний. Комплексный коэффициент γ, в



Затухающая синусоида прямой волны для различных моментов времени

который входят оба коэффициента α и β, характеризует распространение волны напряжения и тока по линии.

Таким образом, мгновенное напряжение можно рассматривать как сумму двух волн, движущихся в противоположных направлениях, причем каждая из волн затухает в направлении движения. *В установившемся режиме* гармониче-

ских колебаний напряжение и ток в любой точке линии складываются из падающих и отраженных волн напряжения и тока, т.е.

$$u_x = u_{пад} + u_{отр}\,,\; i_x = i_{пад} + i_{отр}$$

Напряжение и ток прямой и соответственно обратной волны связаны законом Ома:

$$\frac{U_{пад}}{I_{пад}} = \frac{U_{отр}}{I_{отр}} = Z_в$$

Во многих случаях большой практический интерес представляет соотношение между падающими и отраженными волнами в конце линии. Можно определить это соотношение.

Полагая $x = l$ и обозначая амплитудные значения напряжения и тока в конце линии U_2 и I_2, получим $U_2 = U_{2пад} + U_{2отр}$, $I_2 = I_{2пад} + I_{2отр}$. Эти равенства с учетом того, что $U_2 = I_2 Z_н$ ($Z_н$ - сопротивление нагрузки линии) и уравнения (13) можно записать следующим образом

$$I_2 Z_н = U_{2пад} + U_{2отр}\,,\; I_2 Z_в = U_{2пад} - U_{2отр}\,. \qquad (14)$$

Отношение комплексной амплитуды отраженной волны к комплексной амплитуде падающей волны называется ***коэффициентом отражения***.

Из соотношений (14) можно получить, что *коэффициент отражения по напряжению* равен

$$Г_и = \frac{U_{отр}}{U_{пад}} = \frac{Z_н - Z_в}{Z_н + Z_в}\,. \qquad (15а)$$

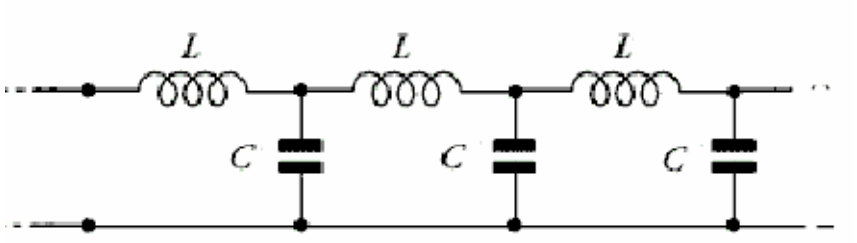
Аналогично можно найти *коэффициент отражения по току*. Он оказывается равным по значению и противоположен по знаку коэффициенту отражения по напряжению

$$Г_i = \frac{I_{отр}}{I_{пад}} = -Г_и \qquad (15б).$$

2.3. Линия без потерь

Реальная линия всегда обладает потерями. Однако в ряде случаев удобно считать линию идеальной, т.е. не имеющей потерь, когда $R = 0$ и $G = 0$. Такая идеализация оправдана для коротких по длине линий, работающих на высоких частотах, где выполняются условия $R << \omega L$ и $G << \omega C$, и поэтому активным сопротивлением проводов и проводимостью изоляции можно

пренебречь по сравнению с индуктивным сопротивлением и емкостной проводимостью линии.



Линия без потерь

Коэффициент распространения линии без потерь

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)*(G + j\omega C)} = \sqrt{-\omega^2 LC} = j\omega\sqrt{LC}\,, \qquad (16)$$

т.е. $\alpha = 0$ и $\beta = \omega\sqrt{LC}$. Коэффициент фазы β - это волновой вектор. В электродинамике мы обозначали его как $k = 2\pi/\lambda$.

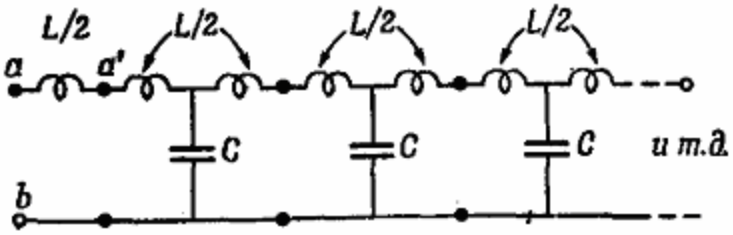
Волновое сопротивление линии без потерь равно

$$Z_в = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho_в \qquad (17)$$

и является чисто активным.

Волновое сопротивление длинной линии без потерь можно найти элегантным способом, не решая волновых уравнений. Для этого воспользуемся представлением длинной линии в виде лестничной цепи. Дальнейшее изложение этого вопроса базируется на фейнмановских лекциях по физике.

Эквивалентную схему длинной линии без потерь (рис.) можно немного изменить и представить в виде на рис. .

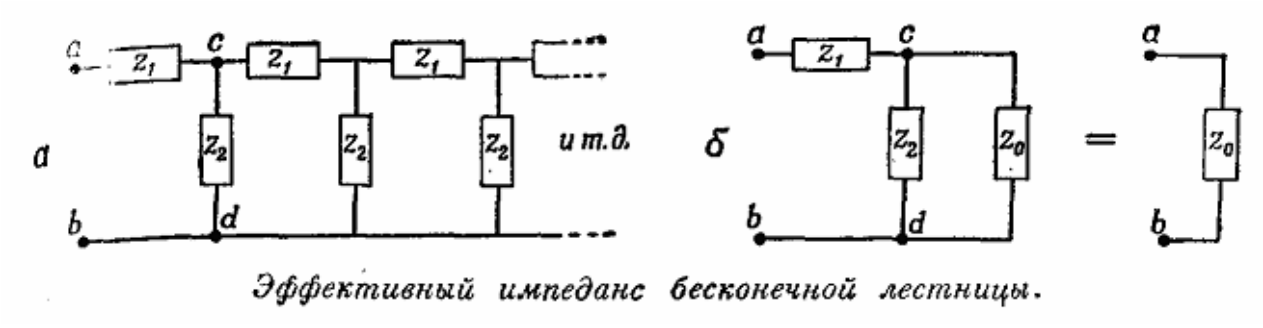


Эквивалентная схема длинной линии без потерь

Можно ли решить задачу о сопротивлении такой бесконечной цепи? Оказывается, это не трудно. Воспользуемся для этого рисунком, изображающим бесконечную цепь, образуемую подключением новых звеньев к переднему концу бесконечной же цепи, состоящей из элементов Z_1 и Z_2.

Обозначим импеданс между зажимами а и б на крайнем левом рисунке через Z_0. Подключим к нему цепь из элементов Z_1 и Z_2. От этого подключения такая бесконечная

цепь не меняется. Ведь если к бесконечной цепи добавляется одно звено, она остается все той же бесконечной цепью.



Эффективный импеданс бесконечной лестницы.

Мы обозначили импеданс между зажимами *a* и *b* бесконечной цепи через Z_0; тогда импеданс всего того, что справа от зажимов c и d, тоже равен Z_0. Поэтому если смотреть с переднего конца, то вся цепь представляется в виде, показанном на фиг., *б.* Заменяя два параллельных импеданса Z_2 и Z_0 одним и складывая его с Z_1, сразу же получаем импеданс всего сочетания

$$Z = Z_1 + \frac{1}{1/Z_2 + 1/Z_0} \quad \text{или} \quad Z = Z_1 + \frac{Z_2 Z_0}{Z_2 + Z_0}$$

Но этот импеданс тоже равен Z_0. Получается уравнение

$$Z_0 = Z_1 + \frac{Z_2 Z_0}{Z_2 + Z_0}$$

Найдем из него Z_0:

$$Z_0 = \frac{Z_1}{2} + \sqrt{\frac{Z_1^2}{4} + Z_1 Z_2}$$

Таким образом, мы нашли решение для импеданса бесконечной лестницы повторяющихся параллельных и последовательных импедансов. Импеданс Z_0 называется *характеристическим импедансом* такой бесконечной цепи.

Вернемся теперь к эквивалентной схеме линии передач без потерь, когда последовательный элемент - всегда индуктивность L, а шунтовой элемент - емкость *C*. В этом случае импеданс бесконечной сети получается, если положить $Z_1 = j\omega L$ и $Z_2 = 1/j\omega C$. Заметьте, что первое слагаемое $Z_1/2$ в формуле для Z_0 равно просто половине импеданса первого элемента. Естественнее было бы поэтому (или по крайней мере проще) рисовать нашу бесконечную сеть так, как показано на фиг.., *б.* Глядя на бесконечную сеть из зажима a, мы бы увидали характеристический импеданс

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{\omega^2 L^2}{4}}$$

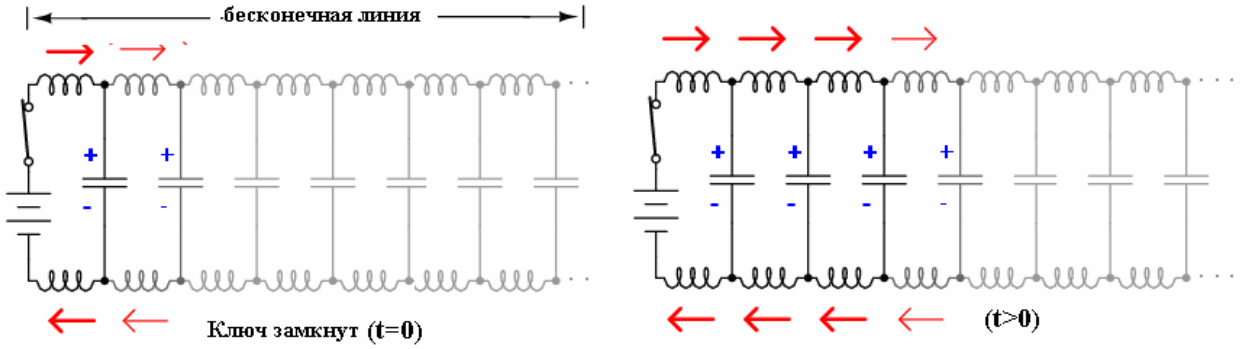
Смотря по тому, какова частота ω, наблюдаются два интересных случая. Если ω^2 меньше $4/LC$, то второе слагаемое под корнем меньше первого, и импеданс Z_0 *станет действительным числом*. Если же ω^2 больше $4/LC$, то импеданс Z_0 *станет чисто мнимым числом* и его можно записать в виде

$$Z_0 = j\sqrt{\frac{\omega^2 L^2}{4} - \frac{L}{C}}$$

Раньше мы считали, что цепь, составленная из одних только мнимых импедансов, таких, как индуктивности и емкости, будет иметь чисто мнимый импеданс. Но как же тогда выходит, что в той цепи, которую мы сейчас рассматриваем (а в ней есть только одни L и *C),* импеданс при частотах ниже $\sqrt{4/LC}$ представляет собой чистое сопротивление?

Для высоких частот импеданс чисто мнимый, в полном согласии с прежним утверждением. Для низких же частот импеданс - чистое сопротивление и поэтому поглощает энергию. Но как может цепь, подобно сопротивлению, непрерывно поглощать энергию, если она составлена только из индуктивностей и емкостей? Ответ состоит в том, что этих емкостей и самоиндукций бесконечное множество, и получается, что, когда источник соединен с цепью, он обязан сперва снабдить энергией первую индуктивность и емкость, затем вторую, третью и т. д. В цепях подобного рода энергия непрерывно и с постоянной скоростью отсасывается из генератора и безостановочно течет в цепь. Энергия запасается в индуктивностях и емкостях вдоль цепи.

Эта идея подсказывает интересную мысль о том, что фактически происходит внутри цепи. Следует ожидать, что если к переднему концу цепи подключить источник, то действие этого источника начнет распространяться вдоль по цепи к бесконечному концу. Распространение волн вдоль линии очень похоже на излучение от антенны, которая отбирает энергию от питающего ее источника; точнее, можно ожидать, что такое распространение происходит, когда импеданс действителен, т. е. когда частота меньше $\sqrt{4/LC}$. Но когда импеданс чисто



Поглощение энергии в бесконечной линии реактивными элементами

мнимый, т. е. при ω, больших $\sqrt{4/LC}$, то такого распространения ожидать не следует.

2.4 Режимы работы линии

Если **линия замкнута накоротко** на конце, т.е., если $Z_н = 0$, то напряжение в конце линии $U_2 = 0$ и $\Gamma_u = -1$, а $\Gamma_i = 1$. Падающая и отраженная волны напряжения оказываются равными и сдвинутыми друг относительно друга по фазе на 180°. Амплитуда результирующей волны напряжения в конце линии будет равна нулю. В то же время падающая и отраженная волны тока будут иметь равные амплитуды, что приведет к увеличению тока в конце короткозамкнутой линии.

Амплитуды напряжения и тока являются функциями координаты x:

$$U_x = jZ_в I_2 \sin kx \text{ , } I_x = I_2 \cos kx \text{ .}$$

Падающая волна встречает сопротивление, равное нулю, напряжение в конце линии обращается в нуль и соответственно энергия электрического поля переходит в энергию магнитного поля. Ток на короткозамкнутом конце линии удваивается, и возникает отраженная волна. Тогда происходит полное отражение энергии, в результате чего в любой точке цепи результирующее напряжение (ток) складывается из суммы падающих и отраженных волн.

В линии есть точки, в которых амплитуды напряжения (тока) **в любой момент времени** равны нулю. Это **узлы напряжения (тока).** Точки, в которых амплитуда напряжения (тока) имеет максимальное значение – это **пучности напряжения (тока).** Узлы напряжения и пучности тока образуются в точках, где $kx = 0, \pi, 2\pi, ...$ Пучности напряжения и узлы тока возникают в тех точках линии, где $kx = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi ....$ Положение максимумов и минимумов амплитуд тока и напряжения в этих результирующих волнах зависит только от координат и не зависит от времени. Такие волны называют **стоячими волнами.** Таким образом, в короткозамкнутой линии возникают стоячие волны.

Напряжение и ток в короткозамкнутой линии сдвинуты по фазе на $\pi/2$. Это означает, что *энергия стоячей волны имеет реактивный характер*.

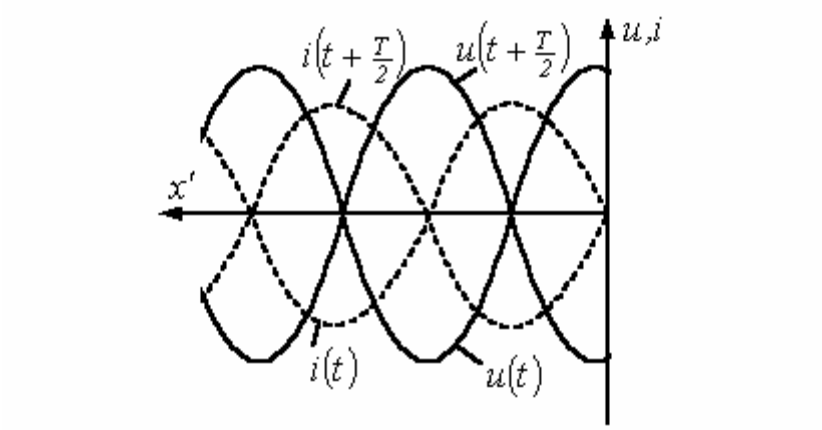
Входное сопротивление короткозамкнутой линии в произвольной точке линии определяется соотношением

$$Z_{вхк.з.} = jZ_в tg(kx)$$

Зависимость $Z_{вхк.з.}$ от длины линии и частоты приведена на рисунке XXX а

Картина изменится на противоположную **при холостом ходе в конце линии** ($Z_н = \infty$, и $I_2 = 0$ линия на конце разомкнута, $\Gamma_u = 1$, а $\Gamma_i = -1$). Уравнения передачи имеют вид

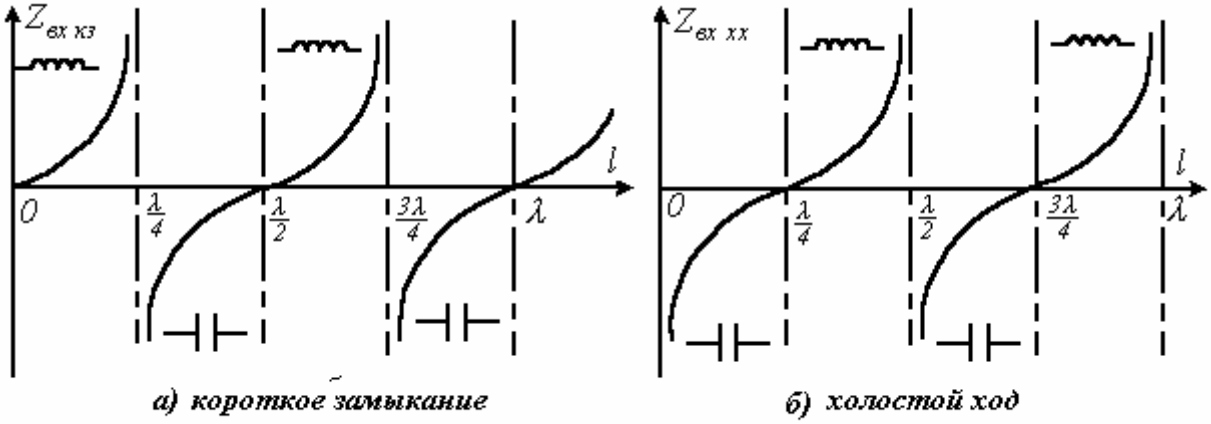
$$U_x = U_2 \cos kx\ ,\ I_x = j\frac{U_2}{Z_в}\sin kx$$



Узлы (нули тока) и пучности (максимумы напряжения) в стоячей волне

Сравнивая уравнения для короткого замыкания линии и для режима холостого хода, видим, что последние тоже являются уравнениями стоячих волн. Разница состоит в том, что узлы и пучности напряжения при холостом ходе совпадают с узлами и пучностями тока разомкнутой линии.

Падающая волна встречает бесконечно большое сопротивление, ток в конце линии обращается в нуль и соответственно энергия магнитного поля переходит в энергию электрического поля. Напряжение на разомкнутом конце линии удваивается, и возникает отраженная волна того же знака, что и падающая.



а) короткое замыкание *б) холостой ход*

Характер изменения входного сопротивления в зависимости от длины линии

Входное сопротивление *разомкнутой линии* в произвольной точке линии определяется соотношением

$$Z_{вхх.х.} = -jZ_в ctg(kx)\ ,$$

т.е. оно имеет *реактивный характер*.

Зависимость $Z_{вх.х.х.}$ от координаты линии приведена на рисунке XXX (б). Разомкнутая на конце линия длиной менее чем четверть волны имеет емкостное сопротивление, а *при длине разомкнутой линии в четверть волны ее входное сопротивление равно нулю*. При наличии небольших потерь в четвертьволновой линии входное сопротивление ее не было бы равным нулю, а имело бы некоторое малое значение и активный характер. В этом отношении *четвертьволновая разомкнутая линия эквивалентна последовательному контуру, настроенному в резонанс.*

При согласованном включении линии, когда $Z_н = Z_в$ ($Z_н = \rho_в$) коэффициенты $\Gamma_u = 0$, $\Gamma_i = 0$ и отраженные волны напряжения и тока будут отсутствовать ($U_{хоот} = 0$ и $I_{хоот} = 0$). Напряжение и ток в любой точке линии, в том числе на входе, будут определяться только **падающими волнами** и **входное сопротивление линии**

$$Z_{вх} = \frac{U_1}{I_1}$$

будет равно волновому сопротивлению линии, т.е.

$$Z_{вх} = Z_в . \qquad (18)$$

независимо от ее длины.

Сдвиг фаз между напряжением и током равен нулю и энергия бегущей волны носит активный характер. Данный режим работы линии называется режимом согласованного включения. При этом вся энергия поглощается в конце линии нагрузочным сопротивлением. Этот режим работы наиболее выгоден для передачи сигналов связи. В противном случае происходит отражение энергии от нагрузки, что приводит к появлению так называемых эхо-сигналов, накладывающихся на основной сигнал и искажающих его.

Для любой точки **x** уравнения передачи однородной линии в режиме согласованного включения имеют вид

$$U_x = U_1 e^{-\gamma x} \text{ и } I_x = I_1 e^{-\gamma x} . \qquad (19)$$

В линии, нагруженной произвольным активным сопротивлением, когда сопротивление нагрузки не равно волновому, в конце линии происходит отражение энергии и возникает волна, бегущая в обратном направлении.

Коэффициент отражения напряжения равен

$$\Gamma_u = \frac{U_{отр}}{U_{пад}} = \frac{Z_н - \rho}{Z_н + \rho} = \frac{1-k}{1+k} = -\Gamma_i$$

где $\rho = Z_в$, $k = \rho / Z_н$.

Коэффициент отражения определяется и в процентах.

$$K_{отр} = 100 \frac{Z_н - \rho}{Z_н + \rho}$$

Если он равен 50%, то это означает, что половина сигнала отражается назад в линию и не поглощается в нагрузке.

Экстремумы тока и напряжения теперь будут наблюдаться при одних и тех же значениях аргумента x. Первая экстремальная точка появляется на конце линии, а остальные удалены на $n\lambda/4$. На конце линии и в остальных точках пучностей амплитуда напряжения максимальна $U = U_{\max}$, а в точках узлов – минимальна $U_{\min} = U_{\max} k$. Токи , напротив, имеют максимальное значение в узлах и минимальное - в пучностях.

Отношение

$$\frac{U_{\min}}{U_{\max}} = \frac{I_{\min}}{I_{\max}} = КБВ \quad (20)$$

называется ***коэффициентом бегущей волны.***

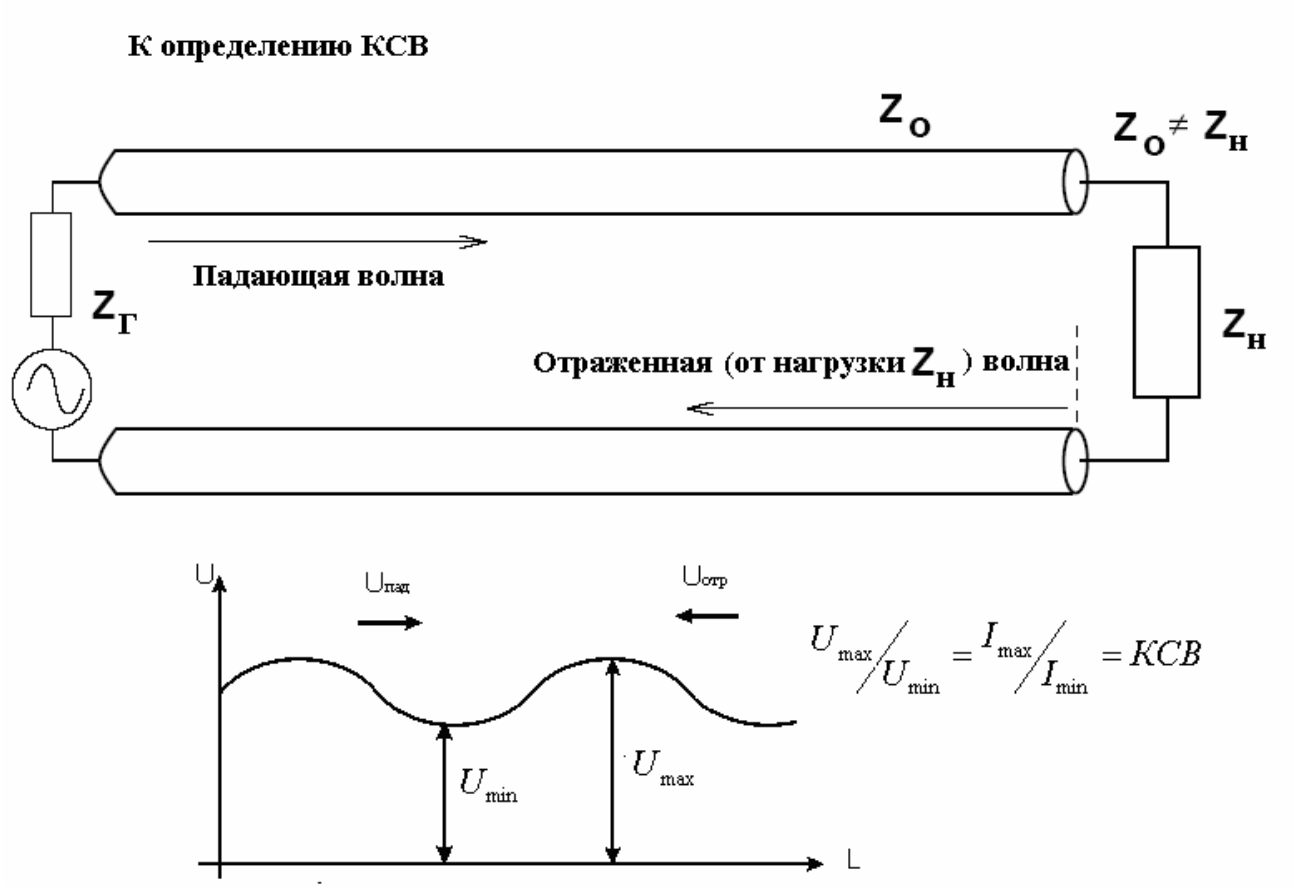
Обратное отношение

$$U_{\max} / U_{\min} = I_{\max} / I_{\min} = КСВ \quad (21)$$

называется ***коэффициентом стоячей волны***(по англ. «SWR» – Standing Wave Ratio)..

Коэффициенты стоячей и бегущей волн используются как меры согласованности нагрузки с линией. Когда $Z_н = \rho$, то **КБВ = 1** (волна бежит)**,** когда же $Z_н = \infty$, то **КБВ** $\to 0$ (волна не бежит).

Вследствие наложения падающих и отраженных волн в фидерном тракте устанавливается некоторое распределение напряжения. Характер этого распределения повторяется по длине кабеля L с периодом $\lambda_к/2$ (см. рис.6), $\lambda_к$ – длина волны в кабеле.



КСВ и |Г| связаны между собой простым соотношением

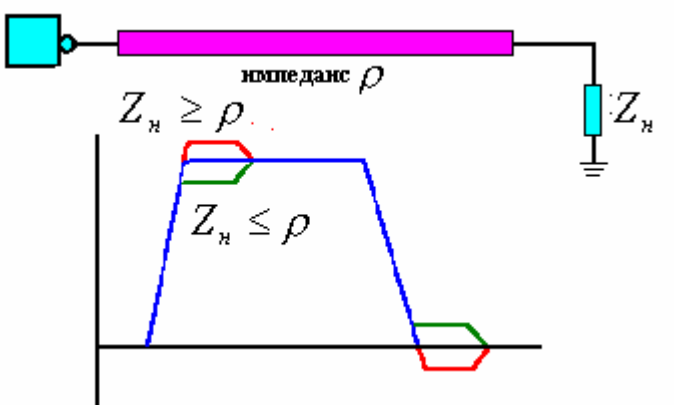
$$КСВ = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} = \frac{1+\sqrt{\frac{P_{отр}}{P_{пад}}}}{1-\sqrt{\frac{P_{отр}}{P_{пад}}}}$$

где $P_{подв}$ – подводимая мощность; $P_{отр}$ – отраженная мощность.

Когда $Z_н \geq \rho$, коэффициент отражения положительный, когда $Z_н \leq \rho$ - отрицательный, т.е. происходит “опрокидывание” импульса. По абсолютному значению он меньше единицы, т.е. амплитуда отраженной волны меньше амплитуды прямой волны.

Итак, если линию нагрузить на конце сопротивлением, не равным волновому, то в линии возникнут бегущие и стоячие волны, накладывающиеся одна на другую (такой режим иногда называют *режимом смешанных волн*). Часть энергии будет поглощаться в нагрузке, а часть - отражаться от конца линии. Позже мы увидим, что любая линия (витая пара, коаксиальный кабель, развод-

ка печатной платы и т.д.), нагруженная на несогласованную нагрузку будет создавать электромагнитное излучение, т.е. создавать помеху.



Входное сопротивление линии в общем случае, когда сопротивление нагрузки не равно волновому сопротивлению**,** дается соотношением

$$Z_{вх} = \frac{U_1}{I_1} = Z_в \frac{Z_н ch\gamma l + Z_в sh\gamma l}{Z_в ch\gamma l + Z_н sh\gamma l}. \qquad (22)$$

При согласованном включении, когда $Z_н = Z_в$ получим уже известный результат $Z_{вх} = Z_в$.

Если ***выходные зажимы линии замкнуты накоротко*** $Z_н = 0$, то формула (22) упрощается

$$Z_{вхк.з.} = Z_в th\gamma l. \qquad (23)$$

В случае разомкнутых выходных зажимов – ***в режиме холостого хода*** ($Z_н = \infty$)

$$Z_{вхх.х.} = Z_в cth\gamma l \qquad (24)$$

Когда линия нагружена на произвольное сопротивление, не равное волновому ($Z_{вх} \neq Z_в$), можно пользоваться для расчетов общей формулой (22). Однако иногда удобно выразить $Z_{вх}$ через параметры холостого входа и короткого замыкания

$$Z_{вх} = \frac{Z_н + Z_в th\gamma l}{1 + (Z_н / Z_в) th\gamma l} = Z_{вхх.х.} \frac{Z_н + Z_{вхк.з.}}{Z_н + Z_{вхх.х}} \qquad (25)$$

Во всех случаях, когда нагрузка на конце линии не равна ее волновому сопротивлению, *входное сопротивление* определяется гиперболическим танген-

сом комплексного аргумента $th\gamma l$ и *носит периодический характер в зависимости и от частоты, и от длины линии*. Колебательный характер входного сопротивления при несогласованной нагрузке объясняется наличием в линии падающих и отраженных волн. Фаза отраженной волны в начале линии зависит от величины βl, т.е. от частоты и длины линии. При изменении частоты или длины линии фаза отраженной волны напряжения то будет совпадать с фазой падающей волны, то будет противоположна фазе падающей волны. В то же время для тока все будет происходить наоборот: при совпадении фаз отраженной и падающей волн напряжения фазы отраженной и падающей волн тока будут противоположны, т.е. если результирующая волна напряжения максимальна по амплитуде, то результирующая волна тока будет иметь минимальную амплитуду, т.е. входное сопротивление будет колебаться между $Z_{вх.макс} = \dfrac{U_{1\max}}{I_{1\min}}$ и $Z_{вх.\min} = \dfrac{U_{1\min}}{I_{1\max}}$.

Входное сопротивление линии, длина которой равна целому числу полуволн, равно сопротивлению нагрузки на конце.

При *длине линии, равной нечетному числу четверти волны*, ее входное сопротивление при активном сопротивлении нагрузки $R_н$

$$Z_{вх} = \frac{\rho_0^2}{R_н}$$

В любой реальной линии при передаче энергии происходит некоторый ее расход вследствие потерь в металлических проводах и экранирующей оболочке, из-за потерь в изоляторах линий, а в открытых линиях - вследствие атмосферных осадков (гололеда, и т. п.).

Если линию с потерями нагрузить на конце активным сопротивлением, равным ее волновому сопротивлению, то в ней, так же как и в линии без потерь, установится чисто бегущая волна. Отличие от линии без потерь будет состоять лишь в том, что амплитуда тока или напряжения при бегущей волне в линии с потерями уже не будет оставаться неизменной, а будет постепенно убывать в направлении от генератора к нагрузке вследствие потерь в линии. *Входное сопротивление линии с потерями при бегущей волне, т. е. сопротивление в точках присоединения к генератору, равно волновому сопротивлению линии независимо от ее длины.*

В том случае если сопротивление нагрузки на конце линии отлично от волнового сопротивления, то от конца линии произойдет отражение и возникнет отраженная волна, бегущая в обратном направлении — от конца линии к ее началу. Отраженная волна, распространяясь от нагрузки к генератору, будет также иметь амплитуду, убывающую вдоль линии в сторону к генератору.

В тех точках, где для разомкнутой линии без потерь должны были быть нулевые значения, будут лишь некоторые минимумы. Пучности тока или напряжения не будут одинаковыми через каждую половину волны, а будут постепенно уменьшаться от начала линии к ее концу.

II.3. Распространение электромагнитных волн в двухпроводной линии

На частотах, не превышающих 1 ГГц, мы можем передавать сигналы по металлическим проводам. И поскольку сигнал характеризуется током и напряжением, то передача сигнала означает передачу мощности $P = I * V$. И большинство людей, недостаточно сведущих в электричестве и даже многие инженеры - электрики, представляют процесс переноса электрической энергии как поток электронов, текущий в проводе, подобно воде, текущей в шланге и переносящих с собой мощность. Но тогда положение о переносе энергии в вакууме в виде волн полностью противоречит этой концепции. В действительности же и процесс переноса энергии и в вакууме, и перенос энергии по проводам осуществляются одинаково - происходит распространение электромагнитных волн. Кинетическая энергия движущихся по проводам электронов, представляет собой крошечную долю энергии сигнала. Основная энергия сигнала переносится электромагнитным полем, окружающем металлические провода.

Процесс распространения волн в вакууме (беспроводную передачу энергии на расстояние) мы рассматривали в разделе “Электродинамика”. Здесь же мы напомним, как происходит перенос энергии по проводам.

При подключении любого потребителя энергии через двухпроводную сеть к источнику электроэнергии *энергия от источника до потребителя не переносится по проводам, провода обеспечивают только направленное перемещение энергии*, *т.е., они служат, по существу, волноводом для источника энергии.* Колебания электронов взад-вперед по проводам под действием внешнего источника энергии направляют вдоль них электромагнитные волны. Основные разновидности двухпроводных систем приведены на рис. .

3.1. Электромагнитный импульс вдоль проводов

Рассмотрим двухпроводную линию, неограниченно простирающуюся в обе стороны, и положим, что источник переменного тока создает в какой-либо точке линии *0* (рис. *а)* электрическое поле E. Опыт показывает, что электрическое поле *распространяется* вдоль линии. Рассмотрим, посредством каких процессов происходит это распространение поля.

Один из способов передачи электрического поля нам уже известен; он заключается в возникновении *токов проводимости.* При этом электроны в прово-

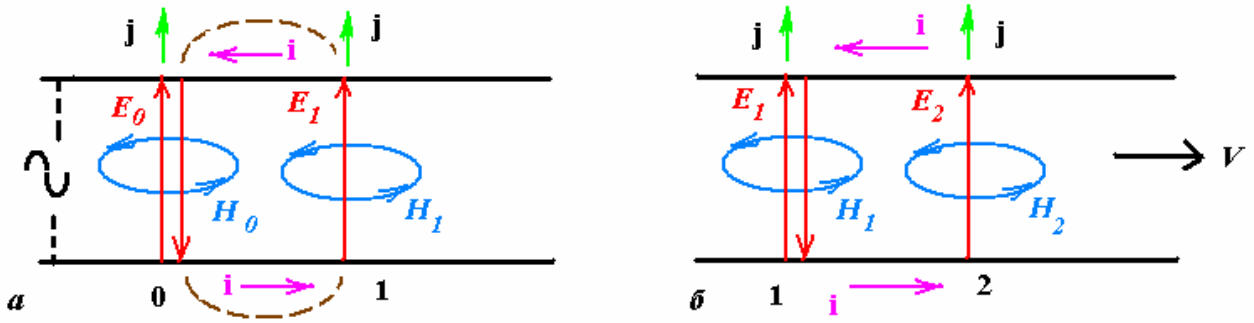
локах перемещаются вдоль линии и при движении переносят свой электрический заряд, а вместе с этим и электрическое поле.

Однако наряду с этим существует и другой процесс передачи поля, который в двухпроводных линиях играет главную роль и состоит в распространении *электромагнитных волн.*

Рассмотрим сначала это явление качественно. Положим, что в данный момент времени электрическое поле E увеличивается. Согласно основному положению теории Максвелла *изменяющееся электрическое поле, т. е. ток смещения, вызывает появление магнитного поля.* Величина и направление этого магнитного поля соответствуют току с плотностью

$$j_{смещ} = \partial D / \partial t$$

Мы будем предполагать, что линия находится в диэлектрике (вакууме, в атмосферном воздухе или в твердом диэлектрике). Если провода расположены в воздухе, то $D = E$. Так как поле E увеличивается, то $\partial E / \partial t > 0$ и направление тока смещения $j_{смещ}$ совпадает с направлением E. Применяя правило правого буравчика, мы находим, что магнитное поле H направлено так, как показано на рис. , а.



Распространение электромагнитного импульса вдоль проводов

Но согласно второму основному положению теории Максвелла *изменяющееся магнитное поле вызывает появление вихревого электрического поля.* Поэтому в последующий момент времени возникнет электрическое поле E_1. Оно будет направлено так же, как и индукционный ток, который возник бы в замкнутом проводнике под действием возрастающего поля H (рис. , а).

Если бы проводов линии не было, то силовые линии поля содержали бы участки, отмеченные на рисунке пунктиром. При наличии проводов в них возникнет ток проводимости i (рис. , а). Если провода сделаны из хорошо проводящего материала (металл), то напряженность электрического поля в них будет весьма мала и пунктирных участков силовых линий практически не будет.

Возрастающее электрическое поле E_1 представляет собой ток смещения, который вызовет появление магнитного поля H_1. Из рис. , *а* видно, что поле E_1 в точке *0* направлено противоположно полю E, а, следовательно, будет уничтожать это последнее. Поле H_1 будет уничтожать поле H. Поэтому первоначальное поле E и вызванное им поле H исчезнут, но зато появятся поля E_1 и H_1 в соседней точке линии 1 (рис. ,*б).*

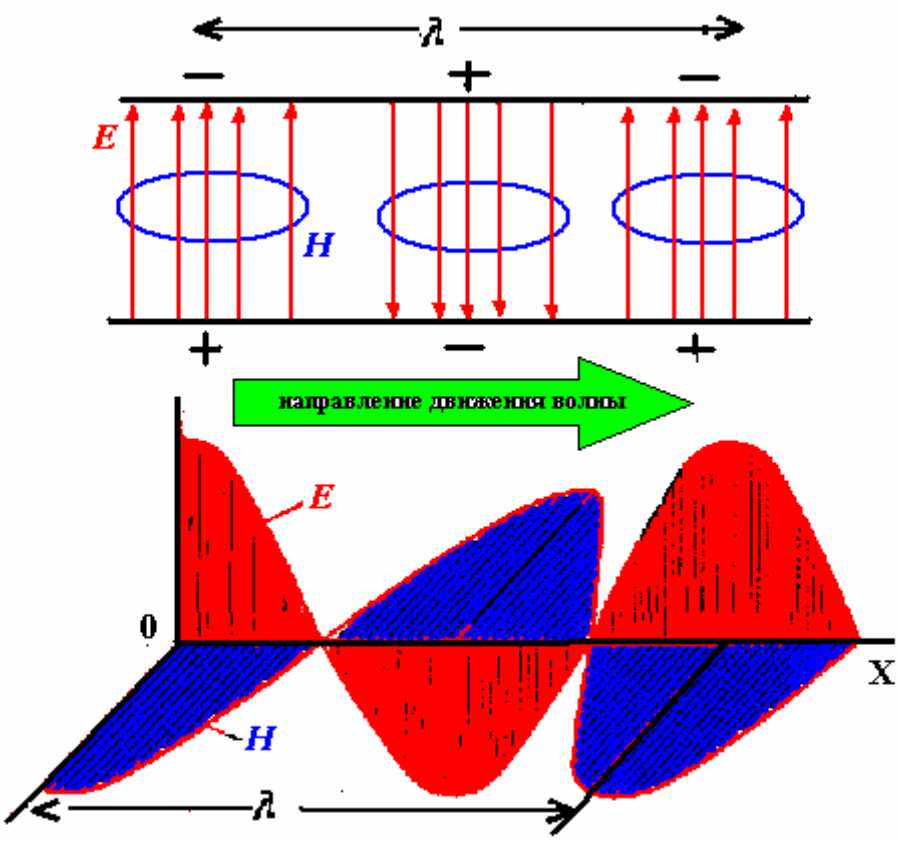
В последующие моменты времени явления будут происходить аналогично. Возрастающее поле H_1 вызовет появление вихревого электрического поля E_2 а это последнее, увеличиваясь, приведет к возникновению магнитного поля H_2. Поля E_2 и H_2 уничтожат поля E_1 и H_1, в точке 1 и проявятся в соседней точке *2,* еще более удаленной от места первоначального возмущения (рис. , *б).* Поэтому электрические и магнитные поля, взаимно превращаясь и поддерживая друг друга, будут распространяться вдоль линии (рис. , в).

Для правильного понимания описанных явлений нужно иметь в виду, что точки *0, 1, 2* и т.д. (рис.) находятся *бесконечно близко* друг к другу. Поэтому поля E и H, E_1 и H_1 и т. д. относятся *к одной и той же точке.* Следовательно, там, где электрическое поле E имеет максимум, там имеет максимум и магнитное поле H, в тех же точках, где поле E равно. нулю, не имеется и поля H. Из рис. видно, что направления полей E и H перпендикулярны друг к другу и в свою очередь перпендикулярны к скорости распространения v:

$$E \perp H \perp v$$

Эти три вектора связаны правилом буравчика.

Таким образом, существуют *два* различных процесса передачи поля в проводах: с помощью *токов проводимости* и при помощи *токов смещения* (электромагнитных волн). Если быстрота изменения полей мала *(малые частоты),* то токами смещения можно пренебречь по сравнению с токами проводимости и последние играют основную роль. В этом случае электрические явления существенно зависят от сопротивления линии и, следовательно, от материала проводов. Если же поля изменяются быстро *(большие частоты),* то основную роль играют токи смещения и электрические явления определяются электромагнитными волнами. При этом, как мы видели, основные процессы происходят *между* проводами, в окружающей среде, и электрические явления практически не зависят от свойств материала проводов



Распределение электрического и магнитного полей в распространяющейся волне

II. 4. Волноводы

4.1 Типы волн в волноводе

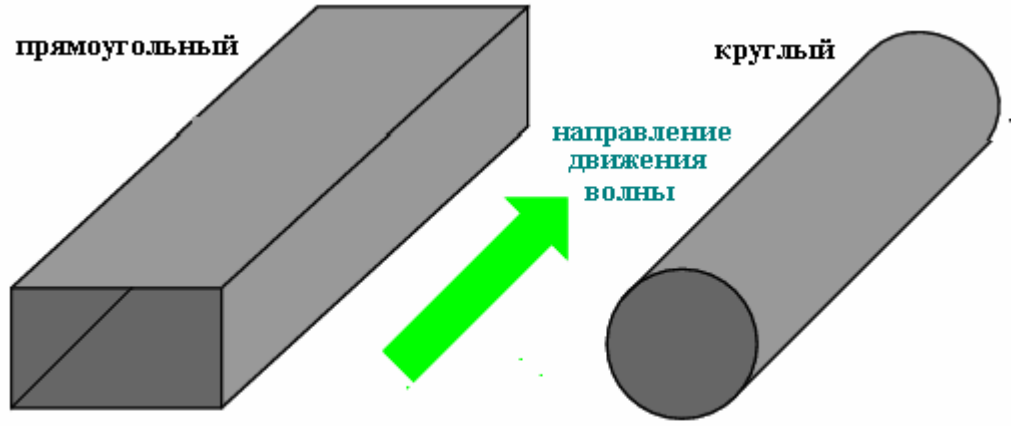
Выше мы рассмотрели двухпроводные линии передачи – устройства, ограничивающие область распространения электромагнитных колебаний и направляющие поток электромагнитной энергии в заданном направлении. Поскольку открытые линии передачи очень часто являются либо источниками, либо приемниками электромагнитных помех, принцип их работы мы рассмотрели и еще рассмотрим достаточно подробно. Но очень часто либо источниками, либо приемниками или путями прохождения высокочастотных помех являются элементы конструкции электронных системы, по структуре напоминающие элементы СВЧ – электроники, такие как резонаторы и волноводы. В этой связи мы напомним основные свойства таких структур, необходимые для понимания ЭМС. Подробный анализ работы СВЧ устройств выходит за рамки настоящего курса.

Простейшие линии передачи из обычных металлических проводов хорошо служат как направляющие для электромагнитных волн до тех пор, пока размеры проводов и расстояния между ними много меньше длины волны в свободном пространстве. В области высоких частот наблюдается другая тенденция, когда провода все в большей степени начинают проявлять свойства антенн, т.е., на-

чинают излучать энергию в окружающее пространство, а не передавать ее направленно от точки к точке. Открытые линии передачи представляют собой совокупность проводников, снаружи которых находится диэлектрик (часто, воздух). И всякое электромагнитное поле, излученное этими проводниками, никогда не вернется назад к проводникам.

В волноводе делается все наоборот. Можно сказать, что волновод состоит из диэлектрика (часто вакуума или воздушного пространства), окруженного металлическим проводником – т.е. волновод представляет собой металлическую трубку (рис.).

Электромагнитное поле распространяется внутри волновода. При такой конструкции любое поле, излученное одними металлическими стенками, отражается внутри волновода внутрь другими его стенками. Ситуация выглядит таким образом, будто электромагнитное поле захватывается волноводом и распространяется внутри него вдоль его стенок не выходя наружу.



Типичные волноводы

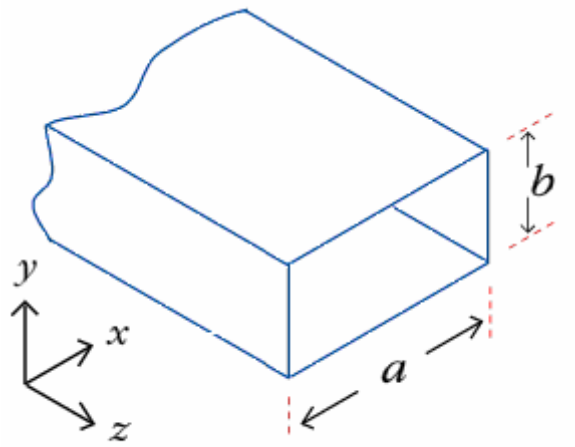
Поле волновода экранировано его внешней оболочкой. Поле в открытых линиях не экранировано снаружи и существует в пространстве, окружающем линию.

Поля внутри волновода подчиняются уравнениям Максвелла и должны удовлетворять граничным условиям. Исследование волн в полых металлических волноводах выполняется в предположениях, что стенки волновода идеально проводящие и что внутри волновода имеется вакуум (воздух, часто заполняющий волновод, по электрическим параметрам идентичен вакууму).

Сравнительно просто проанализировать прямоугольный волновод. В качестве примера напомним, какие волны могут существовать в прямоугольной трубе. Рассмотрим прямоугольный волновод с размерами, приведенными на рис. .

Будем, как и ранее считать, что напряженности магнитного и электрического полей в волноводе ортогональны друг другу и направлению распространения волны. Для электромагнитного поля на металлической поверхности волновода

касательная составляющая напряженности его электрического поля должна равняться нулю.



Прямоугольный волновод

Решением волнового уравнения для данного волновода является следующие соотношения для вектора напряженности электрического поля E_y:

$$E_y = E_0 \sin(k_x x) \exp(j(\omega t - k_z z))$$

Коэффициент k_x определяется из соотношения $k_x a = m\pi$, где $m = 1,2,3,...$ целое.

Структура волн в плоскости поперечного сечения волновода соответствует стоячим волнам, причем m определяет число стоячих полуволн, укладывающихся вдоль стенки a.

Поскольку электрическое поле должно удовлетворять волновому уравнению

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = 0,$$

то подставляя в него решение E_y можно получить, что

$$k_x^2 E_y + k_z^2 E_y - \frac{\omega^2}{c^2} E_y = 0$$

Это уравнение выполняется когда

$$k_x^2 + k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} = 0.$$

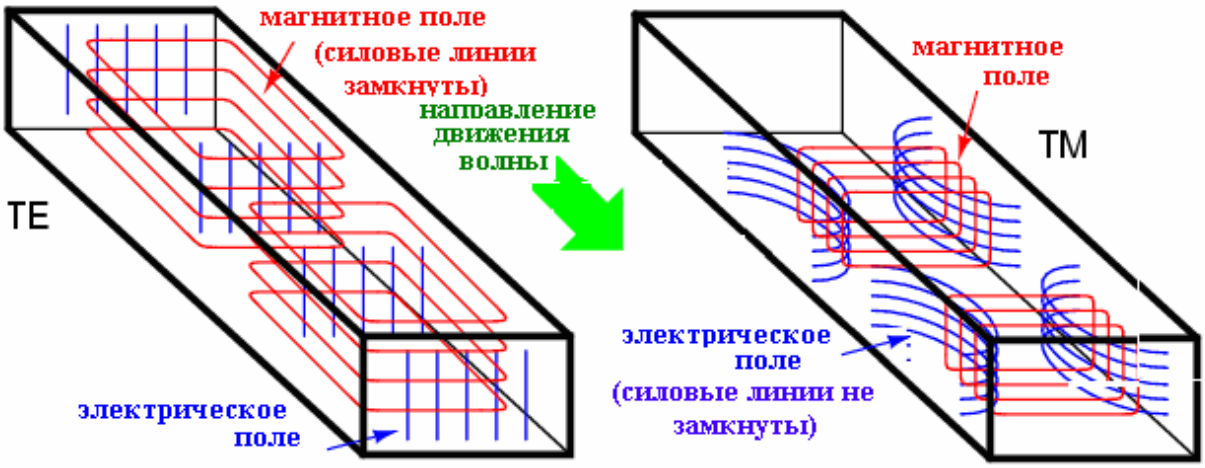
Тогда

$$k_z = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\pi^2}{a^2} m^2}.$$

Длина волны в волноводе отличается от длины волны той же частоты, но в пустом пространстве:

$$\lambda_{волн} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1-(\lambda_0/2a)^2}}$$

Кроме электрических полей существуют и магнитные поля. Линии магнитного поля циркулируют вокруг областей, где $\partial E/\partial t$ - наибольшее, т.е. на полпути между максимумом и минимумом E. Петли H лежат параллельно плоскости xz и между гребнями и впадинами (см. рис.).



Поперечные волны в волноводе

Напомним типы волн, существующие в рассмотренных нами линиях передачи и в волноводах. Электромагнитные волны в линиях передачи бывают:

1. волна типа *T* (от английского *TEM*- **T**ransverse **E**lectric and **M**agnetic – *поперечный по электрическому и магнитному полю*), не имеющая продольных составляющих напряженностей электрического и магнитного полей.

2. волны типа *TE(H)* и *TM(E)*, имеющие по одной продольной составляющей H_z или E_z соответственно. Волны *TE* имеют поперечные электрические, а волны *TM* – магнитные силовые линии.

3. гибридные типы волн *EH,* имеющие обе продольные составляющие.

Перечисленные типы волн могут распространяться в различных линиях передачи. Мы отметим здесь, что *T*- волна может существовать только в двухпроводной линии передачи и доминирует на частотах, когда поперечные размеры линии передачи малы по сравнению с длиной волны сигнала. Реально, до частот порядка 100 МГц. В полых металлических волноводах распространяются волны *TE(H)* и *TM(E)*.

4.2 Граничная частота

Уравнение ( ) для k_z на самом деле имеет два корня – положительный и отрицательный. Это означает, что в волноводе волны могут бежать в обе стороны, а значит возможно решение в виде стоячих волн.

Но из формулы также следует, что высшие гармоники приводят к большим значениям k_z, т.е., к более коротким волнам, пока в пределе больших частот величина k_z не станет равной $k_z = \omega/c$ - тому значению, которое бывает, когда волна бежит в пустоте.

Но если частота убывает, то возникает любопытная ситуация. Длина волны становится все длиннее и длиннее. И если частота станет меньше, чем $\omega < c\pi/a$ (при $m = 1$), то волновое число станет мнимым

$$k_z = jk ,$$

где k – положительное число

$$k = \sqrt{\frac{\pi^2}{a^2} - \frac{\omega^2}{c^2}} .$$

Тогда выражение для E_y можно записать в виде

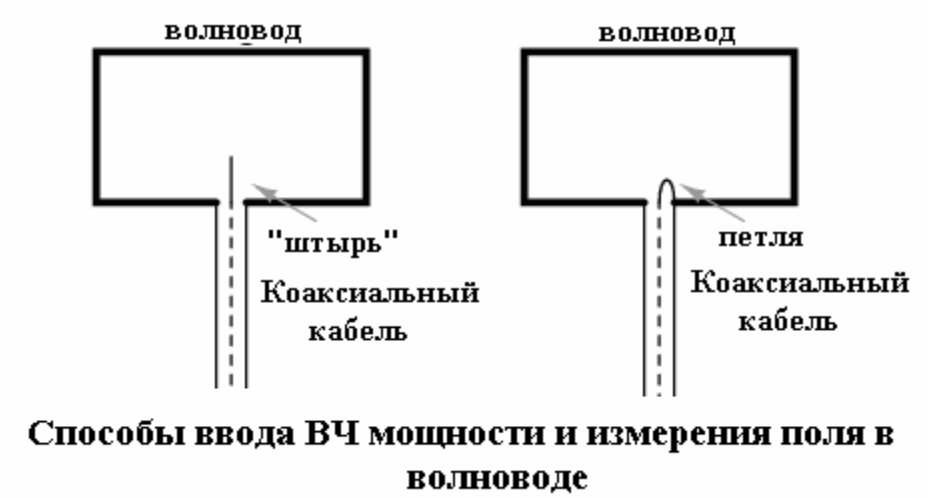
$$E_y = E_0 \sin(k_x x) e^{j\omega t} e^{-kz}$$

В этой формуле волновое число k взято со знаком минус поскольку нет физических причин для увеличения напряженности поля с ростом z, напряженность может только уменьшаться. Таким образом, на частотах ниже $\omega_c = c\pi/a$ волны вдоль трубы *не распространяются*, осциллирующее поле проникает вглубь трубы только на расстояние порядка $1/k$. По этой причине частоту ω_c называют “граничной частотой” волновода.

4.3 Возбуждение волн в волноводе

Энергию в волновод можно ввести своего рода “антенной”, воспользовавшись для этого вертикальной проволочкой, штырем или диполем. В наличии

поля в волноводе тоже можно убедиться, отведя от него часть электромагнитной энергии с помощью “приемной антенки” – тоже штыря, петельки или диполя.



Способы ввода ВЧ мощности и измерения поля в волноводе